

**Megoldás.** Definiáljuk az  $x_{i,j}$  és  $y_{i,j}$  változókat a következőképpen:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{ha } i = 0, \text{ vagy } j = 0, \\ 0, & \text{ha } i \neq 0, \text{ és } j \neq 0, \text{ és az } (i,j) \text{ mezőn fej van,} \\ 1, & \text{ha } i \neq 0, \text{ és } j \neq 0, \text{ és az } (i,j) \text{ mezőn írás van,} \end{cases}$$

$$y_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{ha az } x_{i,j} + x_{i-1,j} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j-1} \text{ összeg páros,} \\ 1, & \text{különben.} \end{cases}$$

Ha az  $(i,j)$  mezőn lévő érmét egy lépésben kiválasztjuk, akkor az  $y_{i,j}$  megváltozik. Ha  $k < i$  vagy  $\ell < j$ , akkor az  $y_{k,\ell}$  változatlan marad. Ha  $k = i$  és  $\ell > j$ , vagy  $k > i$  és  $\ell = j$ , akkor a fenti összegben két tag változik, így az  $y_{k,\ell}$  változatlan marad. Ha  $k > i$  és  $\ell > j$ , akkor a fenti összegben mind a négy tag megváltozik, így az  $y_{k,\ell}$  változatlan marad. Tehát, ha egy lépésben az  $(i,j)$  mezőn lévő érmét átfordítjuk, akkor csak az  $y_{i,j}$  változik, a többi nem.

Induljunk ki abból a táblázatból, ahol az  $(i,j)$  mezőn pontosan akkor van írás, ha  $i \equiv j \equiv 1 \pmod{2}$  (vagyis  $i$  és  $j$  is páratlan).

	1	2	3	4	5	6	...
1	I	F	I	F	I	F	...
2	F	F	F	F	F	F	...
3	I	F	I	F	I	F	...
4	F	F	F	F	F	F	...
5	I	F	I	F	I	F	...
6	F	F	F	F	F	F	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Látható, hogy minden  $1 \leq i, j \leq n$  esetén  $y_{i,j} = 1$ . Ha minden érmén fej van, akkor minden  $1 \leq i, j \leq n$  esetén  $y_{i,j} = 0$ . Így a fenti táblázathoz  $n^2$  lépés szükséges, tehát  $L(n) \geq n^2$ .

Ha van egy tetszőleges táblázat, akkor soronként, pozitív irányban haladva nézzük végig az érméket. Ha valamelyik érmén írás van, akkor fordítsuk meg. Egy lépés során a korábban bejárt érmék nem fordulnak meg, így mindegyiken fej lesz. Ha az összes érmét bejártuk, akkor az összesen fej lesz. Minden érmét legfeljebb egyszer fordítottunk meg, így legfeljebb  $n^2$  lépés volt, ezért  $L(n) \leq n^2$ .

Tehát  $L(n) = n^2$ .