Megoldás. A nevezőben nem állhat nulla, így $\sin^{2n} x \neq 0$, illetve $\cos^{2n} x \neq 0$. Emiatt $x \neq k \cdot \dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

A megoldáshoz nevezetes közepek alkalmazásával jutunk el. Osszuk el az egyenletet 2-vel, majd vegyük mindkét oldal reciprokát:

$$\frac{2}{\frac{1}{\sin^{2n} x} + \frac{1}{\cos^{2n} x}} = \frac{1}{2^n}.$$

Azonnal látható, hogy a bal oldal így $\dfrac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ alakú, vagyis a $\sin^{2n} x$ és $\cos^{2n} x$ pozitív számok harmonikus közepe. Most felhasználjuk a közepek között ismert

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

relációkat:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{2}{\frac{1}{\sin^{2n} x} + \frac{1}{\cos^{2n} x}} \leq \sqrt{\sin^{2n} x \cdot \cos^{2n} x} = \sqrt{\left(\sin^2 x \cdot \cos^2 x\right)^n} =$$
$$= \left(\sqrt{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}\right)^n \leq \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

A közepeknél egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha $\sin^2 x = \cos^2 x$, vagyis $x = (2k+1)\dfrac{\pi}{4}$, ahol $k \in \mathbb{Z}$.

Megjegyzés. Azt is beláttuk a közepek használatával, hogy az eredeti egyenlet bal oldala mindig nagyobb vagy egyenlő, mint a jobb oldal.