Megoldás. $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$. Az, hogy $\sqrt{2015n}$ egész, ekvivalens azzal, hogy $2015n$ kanonikus alakjában minden prímhatvány páros kitevőn van. Ebből következik, hogy $n = 2015k^2$ alakú, ahol k pozitív egész szám.

Tekintsük a harmonikus közepet. Felhasználva, hogy $n = 2015k^2$, alakítsuk át a következő módon:

$$\frac{2}{\frac{1}{n} + \frac{1}{2015}} = \frac{2}{\frac{2015+n}{2015n}} = \frac{2 \cdot 2015n}{2015 + n} = \frac{2 \cdot 2015 \cdot 2015k^2}{2015 + 2015k^2} = \frac{2 \cdot 2015k^2}{1 + k^2}.$$

Ha ez a szám egész, akkor a nevező osztja a számlálót: $1 + k^2 \mid 2 \cdot 2015k^2$. Mivel $1 + k^2$ és k^2 relatív prímek, ezért ez csak úgy teljesülhet, ha $1 + k^2 \mid 2 \cdot 2015$.

A $2 \cdot 2015 = 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 31$ osztói: 1, 2, 5, 10, 13, 26, 31, 62, 65, 95, 130, 310, 403, 806, 2015, 4030. Ezek közül csak a 2, 5, 10, 26, 65 lesz $1 + k^2$ alakú. Minden k-hoz tartozik egy n érték, tehát összesen 5 darab ilyen n van.