Tetszőleges olyan $n = x_1 + x_2 + \ldots$ felbontást, amit az $a(n)$-ben számolunk meg, kódoljunk az alábbi módszerrel. Minden i-re írjuk fel az x_i kettes számrendszerbeli alakját (az i-edik sorba x_i-t írva) úgy, hogy a legnagyobb helyiértéken álló számjegyek egymás alá kerüljenek. Mivel a $2^k - 1$ szám kettes számrendszerbeli alakja pontosan k db egyesből áll, a kapott felírásban kizárólag egyesek fognak szerepelni, és az egyesekből álló sorok hossza lefelé haladva nem csökken. Ebben a felírásban minden egyeshez egy jól meghatározott *érték* tartozik: ha egy egyestől jobbra ℓ további egyes található, akkor az adott egyes értéke pontosan 2^ℓ. A felírásból adódóan a kódolásból úgy olvasható ki az x_i, hogy az i-edik sorban álló egyesek értékét összeadjuk.

Ha a most felírt kódolásban oszloponként adjuk össze a felírt egyesek értékét, akkor egy $n = y_1 + y_2 + \ldots$ felbontást kapunk, ahol y_i jelöli a jobbról az i-edik oszlopban álló egyesek összértékét. Világos, hogy $y_{i+1} \geq 2 \cdot y_i$, hiszen y_i minden egyesétől balra áll egy y_{i+1}-hez tartozó egyes, ami pontosan kétszer annyit ér, mint a tőle jobbra álló. Ez azt jelenti, hogy az $n = y_1 + y_2 + \ldots$ felbontást $b(n)$-ben számoltuk meg. Azt kaptuk, hogy minden $a(n)$-ben leszámolt felbontáshoz tartozik egy jól meghatározott $b(n)$-ben leszámolt felbontás.

A továbbiakban azt igazoljuk, hogy a fenti transzformáció kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés a kétféle típusba tartozó felbontások között. Ezt pedig úgy mutatjuk meg, hogy minden $b(n)$-ben leszámolt $n = y_1 + y_2 + \ldots$ felbontáshoz konstruálunk egy $a(n)$-ben leszámolt $n = x_1 + x_2 + \ldots$ felbontást, amit a fenti transzformáció pontosan az $n = y_1 + y_2 + \ldots$ felbontásba visz.

Legyen tehát adott egy $b(n)$-ben leszámolt $n = y_1 + y_2 + \ldots$ felbontás. A jobb szélső oszlopban helyezzünk el y_1 db egyest egymás felett. Ha már elkészítettünk i oszlopot, akkor ezektől balra úgy konstruáljuk meg az $(i + 1)$-edik oszlopot, hogy az i-edik oszlop minden egyese mellé balról írunk egy egyest, továbbá még $y_{i+1} - 2 \cdot y_i$ további egyest írunk ezen egyesek fölé. Ez $y_{i+1} \geq 2 \cdot y_i$ miatt mindig megtehető. Világos, hogy ha most minden egyesnek a fent definiált értéket adjuk, akkor a j-edik oszlopbeli egyesek összértéke pontosan y_i lesz minden értelmes i-re. Ha pedig a felírt egyeseket soronként olvassuk ki kettes számrendszerbeli számokként, akkor ezen számok az n-nek egy $a(n)$-ben leszámolt $x_1 + x_2 + \ldots$ felbontását adják, amit (a konstrukció miatt) a fent leírt transzformáció pontosan az $n = y_1 + y_2 + \ldots$ felbontásba visz. Mi pedig éppen ezt akartuk bizonyítani. $\square$

Megjegyzés. A megoldás rámutat arra is, hogyan keletkezett a feladat. A jól ismert Ferrers-diagram konjugálásának mintájára teremtünk bijekciót a kétféle partíciótípus között azzal a különbséggel, hogy míg a Ferrers-diagramban minden jel értéke 1, ez a feladatban egy kettőhatvány, ami a diagramból egyértelműen kikövetkeztethető. Ha tehát Ferrers-diagramként (azaz „egyes számrendszerben") értelmezzük az

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

reprezentációt, akkor az a $14 = 1 + 3 + 3 + 7$ partíciót jelenti, aminek konjugáltja a

$$14 = 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 4.$$

Ugyanez a diagram a feladatbeli kódolás szerint az $a(n)$-ben leszámolt $142 = 1 + 7 + 7 + 127$ partíciót kódolja, amihez a $b(n)$-ben leszámolt

$$142 = 1 + 2 + 4 + 8 + 18 + 36 + 73$$

partíció tartozik.