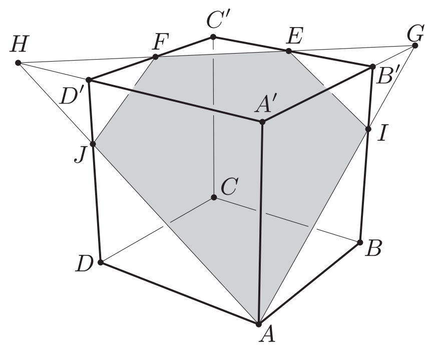
Megoldás. Legyen a kocka éle egységnyi. Az AEF sík és az $A'B'$ egyenes metszéspontja a G, az $A'D'$ egyenes és a sík metszéspontja a H pont. A metszéspontok léteznek, mert a sík egyik egyenessel sem párhuzamos. Legyen továbbá az AEF sík metszéspontja a BB' és a DD' egyenesekkel rendre az I és a J pont. Ekkor a kockából az AEF síkkal lemetszett, az A' pontot tartalmazó rész térfogatát megkapjuk, ha az $AA'GH$ tetraéder térfogatából levonjuk a $B'GIE$ és a $D'HJF$ tetraéder térfogatát.



$EC'F$ egyenlő szárú derékszögű háromszög, ezért $HFD'\sphericalangle = EFC'\sphericalangle = 45°$, tehát a $HD'F$ derékszögű háromszög is egyenlő szárú. Ekkor $HD' = D'F = \frac{1}{2}$, így $HA' = \frac{3}{2}$. Az AHA' szögre tekintve a párhuzamos szelőszakaszok tételét:

$$JD' = AA' \cdot \frac{HD'}{HA'} = 1 \cdot \frac{1}{2} : \frac{3}{2} = \frac{1}{3}.$$

Az előbbivel egyező gondolatmenettel $GEB'\sphericalangle = FEC'\sphericalangle = 45°$, illetve $B'G = B'E = \frac{1}{2}$ és $B'I = \frac{1}{3}$.

Az $AA'GH$ tetraéder A' pontba futó élei páronként merőlegesek, így a tetraéder térfogata

$$V_{AA'GH} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \text{ térfogategység.}$$

Szintén páronként merőlegesek a $B'GIE$ tetraéder B' csúcsból kiinduló élei. Ezek hosszának ismeretében a térfogata:

$$V_{B'GIE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{72}.$$

Az ezzel egybevágó $D'HJF$ tetraéder térfogata is $\frac{1}{72}$ térfogategység.

Az eddigiek alapján az AEF síkkal lemetszett, az A' pontot tartalmazó rész térfogata:

$$V_{AA'GH} - V_{B'GIE} - V_{D'HJF} = \frac{3}{8} - \frac{1}{72} - \frac{1}{72} = \frac{25}{72}.$$

A másik rész ennek megfelelően $\frac{47}{72}$, végül a két rész térfogatának aránya 25 : 47.