Megoldás. Vezessünk be új ismeretleneket. Legyen $a = x + y$ és b= xy. Ekkor

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = a^2 - 2b = 13$$

és

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = a^3 - 3ab = a\big(a^2 - 3b\big) = 35.$$

Így az új egyenletrendszer:

$$a^2 - 2b = 13, \tag{1}$$

$$a\big(a^2 - 3b\big) = 35. \tag{2}$$

Az (1) egyenlet háromszorosából: $-6b = 3\big(13 - a^2\big)$.
A (2) egyenlet kétszereséből: $a\big(2a^2 - 6b\big) = 70$.
Ebbe behelyettesítve az előzőt: $a\left(2a^2 + 3\big(13 - a^2\big)\right) = 70$.
A kapott egyenlet harmadfokú:

$$a^3 - 39a + 70 = 0.$$

Vegyük észre, hogy az eredeti egyenletrendszernek $x = 2$ és $y = 3$ megoldása, vagyis $a = 5$ megoldása a harmadfokú egyenletnek.

Osszuk el a bal oldalt $(a - 5)$-tel:

$$\frac{a^3 - 39a + 70}{a - 5} = a^2 + 5a - 14.$$

Az $a^2+5a-14 = 0$ másodfokú egyenlet megoldásai $a = 2$ és $a = -7$. Ezek alapján $a^3-39a+70 = (a-5)(a-2)(a+7) = 0$.

Az (1) egyenletből $b = \dfrac{a^2 - 13}{2}$, így a megoldások:

$$a = 5, \qquad b = 6,$$

$$a = 2, \qquad b = -\frac{9}{2},$$

$$a = -7, \qquad b = 18.$$

Ebből x megfelelő értékeit a Viéte-formulák alkalmazásával kapjuk meg: a $z^2 - az + b = 0$ egyenlet megoldásai x és y (tetszőleges sorrendben). Így

1. $a = 5$, $b = 6$ esetén:

$$z^2 - 5z + 6 = 0, \quad \text{amiből} \ \ x_1 = 2, \ \ y_1 = 3 \ \ \text{és} \ \ x_2 = 3, \ \ y_2 = 2.$$

2. $a = 2$, $b = -\dfrac{9}{2}$ esetén:

$$z^2 - 2z - \frac{9}{2} = 0, \quad \text{amiből:}$$

$$x_3 = 1 - \frac{\sqrt{22}}{2}, \quad y_3 = 1 + \frac{\sqrt{22}}{2} \quad \text{és} \quad x_4 = 1 + \frac{\sqrt{22}}{2}, \quad y_4 = 1 - \frac{\sqrt{22}}{2}.$$

3. $a = -7$, $b = 18$ esetén pedig:

$$z^2 + 7z + 18 = 0,$$

ekkor nem kapunk valós gyököket.

A kapott megoldások kielégítik az eredeti egyenletrendszert.