

Megoldás. Négyzetgyököt csak nemnegatív számból tudunk vonni, így $x \geq 55$. Emiatt a bal oldalon $1 - x < 0$, az abszolút értéke tehát $x - 1$. A jobb oldalon a nevezőben szereplő kifejezés teljes négyzetté alakítható:

$$x - 54 - 2\sqrt{x - 55} = x - 55 - 2\sqrt{x - 55} + 1 = (\sqrt{x - 55} - 1)^2.$$

Ezt a teljes négyzetet a másik, jobb oldalon szereplő irracionális algebrai kifejezésből is leválaszthatjuk. Ezekkel a megfontolásokkal az egyenlet:

$$x - 1 = \left| (\sqrt{x - 55} - 1)^2 + x - 3 + \frac{1}{(\sqrt{x - 55} - 1)^2} \right|.$$

Mivel $x \geq 55$, ezért a jobb oldalon pozitív kifejezés áll, az abszolútérték el is hagyható:

$$x - 1 = x - 3 + (\sqrt{x - 55} - 1)^2 + \frac{1}{(\sqrt{x - 55} - 1)^2}.$$

Innen

$$(\sqrt{x - 55} - 1)^2 + \frac{1}{(\sqrt{x - 55} - 1)^2} = 2.$$

Pozitív szám és a reciprokanak az összege pontosan akkor 2, ha a szám és a reciproka egyenlő, azaz 1.

$$\begin{aligned} (\sqrt{x - 55} - 1)^2 &= 1, \\ \sqrt{x - 55} - 1 &= 1, \quad \text{vagy} \quad \sqrt{x - 55} - 1 = -1. \end{aligned}$$

Az elsőből $\sqrt{x - 55} = 2$, $x - 55 = 4$, $x = 59$. A másodikból pedig $\sqrt{x - 55} = 0$, $x = 55$. Behelyettesítéssel látható, hogy ezek valóban megoldásai az eredeti egyenletnek.