

Megoldás. Legyen a HÉV sebessége V . Mivel az egyes szerelvényeket azonos időközönként indítják el, ezért távolságuk is azonos lesz. Legyen két, azonos irányból egymás után elindított vonat távolsága s .

Amikor a kerékpárost megelőzi egy vonat, akkor a következő szerelvény s távolságra van tőle. Ez a vonat t_1 idő múlva éri utol a kerékpárost, aki ezalatt vt_1 , a vonat pedig Vt_1 utat tesz meg. Ezek *különbsége* s , hiszen a vonatnak ennyivel több utat kell megtennie, hogy utolérje a kerékpárost. Tehát

$$Vt_1 - vt_1 = s.$$

Amikor a kerékpáros találkozik egy szemből jövő vonattal, akkor az azt követő vonat még s távolságra van tőle. Ez a vonat t_2 idő múlva találkozik a kerékpárossal, aki ezalatt vt_2 , a vonat pedig Vt_2 utat tesz meg. Ezek *összege* s , hiszen ilyen távol voltak, és szemben haladtak:

$$vt_2 + Vt_2 = s.$$

A fenti egyenletrendszerből következik, hogy

$$Vt_2 + vt_2 = Vt_1 - vt_1, \quad t_1(V - v) = t_2(V + v).$$

Mivel $t_1 = 2t_2$,

$$2V - 2v = V + v,$$

tehát

$$V = 3v = 42 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

A vonatok közötti távolság ezek szerint

$$s = t_2(V + v) = 56 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{8} \text{ h} = 7 \text{ km}.$$

Ezt a távolságot a vonatok

$$t = \frac{s}{V} = \frac{7 \text{ km}}{42 \text{ km/h}} = \frac{1}{6} \text{ h} = 10 \text{ perc}$$

alatt teszik meg, ekkora időközönként indítják tehát a HÉV szerelvényeket.

Megjegyzés. Ha nem kötjük ki, hogy a szerelvények sebessége állandó, hanem V -t (a megállóknál töltött időt is beszámítva) *átlagsebességnek* tekintjük, továbbá a t_1 és t_2 időközöket is *átlagértékként* értelmezzük, a fentivel megegyező eredményt kapunk.