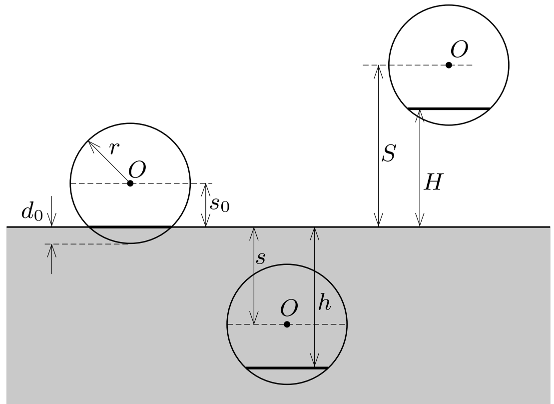
Megoldás. *1. Jelölések:* A vízen úszó pingponglabda alja d_0 mélységben van a víz alatt, O középpontja s_0 magassággal van a víz felett. A labda vízvonala az a (vastagon jelölt) vonal, ahol az úszó labda érintkezik a víz felszínével. A h azt adja meg, hogy az úszó labdát mennyivel húzták a víz alá, azaz milyen mélyre került a vízvonal. H a kiugró labda emelkedési magasságát jelöli, tehát a vízvonal és a vízfelszín távolságát a maximális emelkedési magasságnál. s az O középpont helyét adja meg a vízfelszínhez képest a lehúzott labda elengedésének pillanatában, S ugyanezt a legmagasabb emelkedéskor (*1. ábra*).



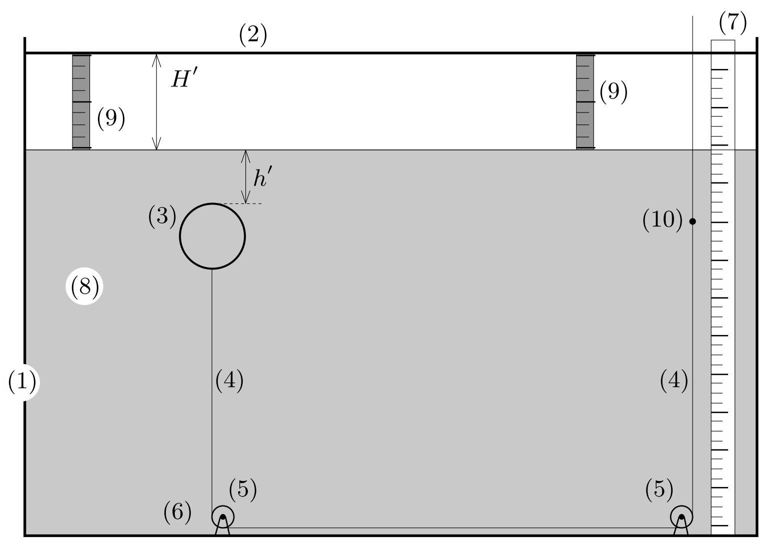
1. ábra

2. A mérés célja: meghatározni, hogy
a) mely h-ra lesz $H \geq d_0$ (a labda kibukik a vízből);
b) mely h-ra lesz H maximális?

3. *A mérés nehézsége.* A folyamat olyan gyorsan zajlik, hogy sem szabad szemmel, sem a telefonom kamerájával nem ítélhetők meg egyértelműen annak részletei. Ezért olyan módszert kerestem, ahol a labda kiugrási magassága egyértelműen detektálható, méghozzá *hangjelként.*

4. *Mérési eszközök:* Akvárium, milliméterpapír, vonalzók, pingponglabda, cérna, karton, csigák, hurkapálcák, ragasztók (cellux, pillanatragasztó, szigetelő szalag).

5. *Mérési elrendezés és a mérés menete:* Kilyukasztott pingponglabdába cérnát ragasztottam, majd a *2. ábrán* látható módon a csigákon átfűzött cérnát függőlegesen vezettem ki egy függőleges vonalzó mellett. Ezzel az elrendezéssel két dolgot nyertem és egyet veszítettem.



2. ábra. (1) akvárium, (2) kartonlap (detektor), (3) pingponglabda, (4) a pingponglabdába fűzött cérnaszál, (5) csigák, (6) hurkapálca és ragasztószalag a csigák rögzítéséhez, (7) vonalzó, (8) víz, (9) a kartonlap magasságát beállító milliméterpapírok, (10) csomó a cérnaszálon

– Milliméter pontossággal tudtam állítani a labda teteje és a vízfelszín közötti h' távolságot. (Csomót kötöttem a cérnaszál vonalzó melletti részére. Megfigyeltem a csomó helyét a vonalzón akkor, amikor a labda éppen elmerült, és ehhez viszonyítva tudtam h'-t beállítani különböző értékekre.)
– A labdát „pillanatszerűen” tudtam indítani, anélkül, hogy a vízbe kellett volna nyúlnom (ami megzavarta volna a kiugrás folyamatát).

– A labda húzta maga után a vékony cérnát, ez szisztematikus mérési hibát okozhatott, aminek mértéke azonban nem volt jelentős. (Kipróbáltam, hogy egy labdát cérnaszállal, egy másikat pedig fogóval azonos mélységben tartottam, majd egyszerre indítottam el azokat. A mozgásuk között nem volt kimutatható eltérés.)

Az akváriumba (milliméterpapír csíkokkal ellenőrizhető magasságban) beszorítottam egy vízszintes helyzetű kartonlapot. A kartonlapnak ütköző labda hangos koppanással jelezte, hogy elérte-e a labda az adott H' magasságot.

6. *Mérések.* A d_0 értékét az alig feszített cérnán lévő csomó helyzetének megfigyelésével mértem meg. Ez 0,6 cm-nek adódott. Ugyanakkor d_0-t a labda $m = 2{,}5$ g-nak mért tömegéből és a méretének gyári adatából ($r = 2{,}0$ cm) is megbecsültem. A labda számolt átlagsűrűsége: $\varrho' = \dfrac{m}{\frac{4}{3}r^3\pi} = 0{,}074\ \mathrm{g/cm^3}$, a vízé $\varrho = 1{,}0\ \mathrm{g/cm^3}$. Ezekből (a gömbszelet térfogatának képletét felhasználva) egy olyan egyenletet kapunk, amelynek egyik valós gyöke: $d_0 \approx 0{,}67$ cm.

a) $H \geq d_0$ mérése.

A kartont $H' = 2r = 4$ cm magasságra állítottam. Először $h' = 0$ magassággal próbálkoztam (a labda ilyenkor éppen elmerül a vízben). A labda nekikoppant a „detektornak". Ezután negatív h' „mélységekkel" végeztem méréseket, vagyis olyan helyzetekből indítottam el a labdát, amikor az részben kilógott a vízből, de nem úszott szabadon. $h' = -1{,}6$ cm-nél még hallottam koppanást, de $h' = -1{,}7$ cm-nél már nem. A határeset mért értéke tehát

$$|h'| = (1{,}65 \pm 0{,}05)\ \mathrm{cm},$$

és ennek megfelelően a vízvonal mélysége

$$h = 2r - d_0 - |h'| = 4{,}0\ \mathrm{cm} - (0{,}64 \pm 0{,}03)\ \mathrm{cm} - (1{,}65 \pm 0{,}05)\ \mathrm{cm} \approx (1{,}7 \pm 0{,}1)\ \mathrm{cm},$$

illetve a középpont mélysége a vízszint alatt:

$$s = r - |h'| \approx (0{,}35 \pm 0{,}1)\ \mathrm{cm}.$$

b) A legnagyobb kiugrási magasság mérése.

Azt tapasztaltam, hogy h növelésével H elért egy maximális értéket, utána csökkenni kezdett, de a maximum után mindig teljesült, hogy $H > d_0$. Először azt vártam, hogy minél mélyebbről indul a labda, annál nagyobb sebességre gyorsul fel a vízben, és így annál nagyobbat ugrik. *Nem* ezt tapasztaltam!

$H_{\max}$ méréséhez beállítottam a kartont valamekkora H' magasságra, majd megnéztem, milyen h' mélységekről indulva tudják „megkoppantani" a labdák a kartont. Feltételeztem, hogy a $H'(h')$ függvény a legnagyobb H'-ig szigorúan monoton növekszik, és utána szigorúan monoton csökken. Így amikor elég adatot gyűjtöttem valamekkora H' mellett, és ott megbízhatóan koppanásokat észleltem, akkor megnöveltem a H' magasságot és szűkítettem a h' intervallumot (ahol kerestem a maximális H'-höz tartozó h'-t). A mérés menete hasonlított egy magasugrás versenyhez. Minden H' magasságon minden versenyzőnek (adott h' mélységből indított labdának) 3 lehetőséget adtam. A sikeres ugrás (amikor a detektor hangjelet adott) „+" értékelést kapott, a sikertelen ugrás (nem koppant a labda) pedig „−" értékelést. Néhány kivételtől eltekintve minden „versenyző" $+++$ vagy $---$ értéket kapott, ha nem ez volt a sorozat eredménye, akkor annak indítási hiba vagy egyéb oka lehetett.

A mérés 6 fordulóban zajlott. Az elsőt ($H' = 8$ cm-t) három versenyző teljesítette: $h' = 2$ cm, $h' = 3$ cm és $h' = 4$ cm; kiesett viszont $h' = 5$ cm és $h' \leq 1$ cm. Ezután H'-t néhány milliméterenként növelve egyre többen „estek ki", és végül $H' = 8{,}8$ cm-nél már csak egyetlen induló, $h' = 2{,}7$ cm maradt sikeres. (A dolgozathoz mellékelt részletes táblázatot és fényképeket terjedelmi okokból nem közöljük. – A szerk.)

Megállapítottam tehát, hogy $h' = 2{,}7$ cm mélységből ugrik a legnagyobbat a pingponglabda, $H' = 8{,}7$ cm magasra. Ezek az értékek az 1. ábrán látható jelölésekkel (a különböző eredetű becsült hibákat is figyelembe véve)

$$h = h' + 2r - d_0 = (6{,}6 \pm 0{,}1)\ \mathrm{cm}, \qquad s = h' + r = (4{,}7 \pm 0{,}1)\ \mathrm{cm},$$
$$H = H' - 2r + d_0 = (5{,}3 \pm 0{,}1)\ \mathrm{cm}, \qquad S = H' - r = (6{,}7 \pm 0{,}1)\ \mathrm{cm}$$

távolságoknak felelnek meg.