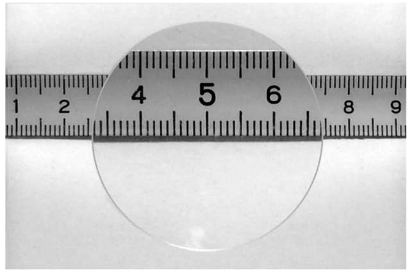
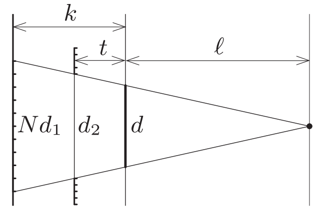
Megoldás. A képen (*5. ábra*) látható, hogy a lencse a mérőszalagról egyenes állású, nagyított, látszólagos képet hoz létre. A képről két adat olvasható le: a lencsén belül (nagyítva) látható mérőszalagszakasz hossza (ezt jelöljük d_1-gyel) és az a távolság, amit a lencse kitakar a mérőszalagból (ez legyen d_2).



5. ábra

Készítsünk vázlatot az optikai elrendezésről (*6. ábra*)! A rajzon három sík látható: a lencse síkja, a mérőszalag síkja és a látszólagos kép síkja. Az átmérők közül a lencse átmérője (d) meg van adva, a d_2 átmérőt leolvastuk a képről, a látszólagos kép átmérője pedig Nd_1, ahol d_1 a képről leolvasott méret és N a nagyítás. A távolságok közül a t tárgytávolság (a lencse és a mérőszalag távolsága) meg van adva, a k képtávolság és az ℓ távolság (a lencse és a fényképezőgép távolsága) egyelőre ismeretlen.



6. ábra

A rajzon ábrázolt mennyiségek között egyszerű összefüggéseket írhatunk fel. A lencsetörvény alapján:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} - \frac{1}{k},$$

ahol f a keresett fókusztávolság (a látszólagos képtávolság negatív, de k-t pozitív távolságként jelöltük). A nagyítás:

$$N = \frac{k}{t},$$

a látószögek egyenlőségéből (hasonló háromszögek) pedig:

$$\frac{Nd_1}{k+\ell} = \frac{d_2}{t+\ell} = \frac{d}{\ell}.$$

Az egyenletrendszert rendezve (k-t, ℓ-et és N-et kiejtve):

$$f = \frac{td}{d_2 - d_1}.$$

Mielőtt ebbe a kifejezésbe behelyettesítenénk a megadott és leolvasott adatokat, foglalkoznunk kell az adatok *hibájával* is! Nem véletlenül szerepel a szövegben 4,00 cm és 5,0 cm. A lencse átmérőjét tolómérővel meg lehet mérni, így az tizedmilliméter (századcentiméter) pontossággal megadható. A lencse és a mérőszalag távolsága már nem mérhető ilyen pontosan, hiszen a lencse vastagsága sem nulla – ezt az adatot már csak milliméter pontosan adja meg a feladat szövege. A legkritikusabb a d_1 és d_2 távolságok minél pontosabb leolvasása, mert a fókusztávolság képletében ezek különbsége szerepel. Gondos megfigyeléssel ezek az átmérők néhány tizedmilliméter pontossággal leolvashatók a képről.

A megadott és leolvasott adatok hibájából már a hibaszámítás ismert szabályai szerint meghatározható a fókusztávolság relatív hibája:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d_1 + \Delta d_2}{d_2 - d_1}.$$

A megadott és leolvasott adatok hibával:

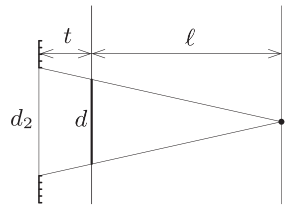
$$t = 5 \pm 0{,}05 \text{ cm},$$
$$d = 4 \pm 0{,}005 \text{ cm},$$
$$d_1 = 3{,}4 \pm 0{,}02 \text{ cm},$$
$$d_2 = 4{,}9 \pm 0{,}02 \text{ cm}.$$

Ebből a numerikus eredmény: $f = 13{,}3 \pm 0{,}5$ cm.

Megjegyzések. 1. A versenyzők egy része másképp gondolkozott, másféleképp oldotta meg a feladatot. Ezeknek a megoldásoknak a gondolatmenete a következő.

A *7. ábra* szerint a megadott adatok és a leolvasott d_2 „külső" átmérő alapján hasonló háromszögek segítségével kifejezhető a lencse és a fényképezőgép ℓ távolsága:

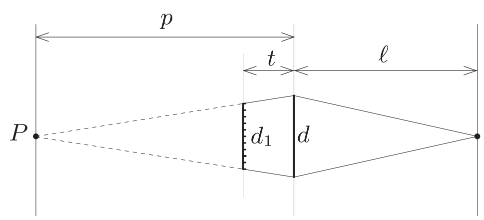
$$\ell = \frac{td}{d_2 - d}.$$



7. ábra

A *8. ábrán* az látható, hogy a nagyított képen még éppen látható pontokból (a d_1 „belső" átmérő két széléről) induló (és a lencsén megtörve a fényképezőgépbe jutó) fénysugarak olyanok, mintha egy képzeletbeli P pontból indulnának. A P pont lencsétől mért p távolsága az előzőhöz hasonló módon kifejezhető:

$$p = \frac{td}{d - d_1}.$$



8. ábra

A képzeletbeli P pontból induló fénysugarak a lencsén megtörve éppen a fényképezőgépbe jutnak, így a lencsetörvény alapján

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell},$$

amiből l és p behelyettesítésével és átrendezéssel a fókusztávolságra a már korábban levezetett eredményt kapjuk.

2. A versenyzők közül senki se foglalkozott a hibákkal, és a leolvasást is „nagyvonalúan" végezték (a d_2 átmérőt legtöbben kereken 5 cm-nek, mások 4,8 cm-nek vették). Egy 1 mm-es leolvasási hiba 1 cm-es hibát okoz a fókusztávolságban – ennek ellenére az eredményt legtöbben 4-5 értékes jegy pontossággal adták meg. Így erre a feladatra – bár 16-an lényegében helyesen megoldották – senki se adott teljes értékű megoldást.