Megoldás. Használjunk az $A_1B_1C_1D_1$ négyszög S súlypontjából induló helyvektorokat, betűzzük őket a végpontjuknak megfelelő kisbetűkkel; ekkor

$$\frac{\mathbf{a}_1+\mathbf{b}_1+\mathbf{c}_1+\mathbf{d}_1}{4}=\mathbf{s}=\mathbf{0}, \quad \text{vagyis} \quad \mathbf{a}_1+\mathbf{b}_1+\mathbf{c}_1+\mathbf{d}_1=\mathbf{0}.$$

Állítsuk elő az $\overrightarrow{SA_2}=\mathbf{a}_2$ vektort:

$$\mathbf{a}_2=\frac{\mathbf{b}_1+\mathbf{c}_1+\mathbf{d}_1}{3}=-\frac{1}{3}\mathbf{a}_1.$$

Hasonlóan állíthatjuk elő az $\overrightarrow{SB_2}=\mathbf{b}_2$, $\overrightarrow{SC_2}=\mathbf{c}_2$ és $\overrightarrow{SD_2}=\mathbf{d}_2$ vektorokat.

Állítás. $\mathbf{a}_n=\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\mathbf{a}_1$ minden $n>1$, $n\in N$ esetén; és hasonlóan a $\mathbf{b}_n$, $\mathbf{c}_n$, $\mathbf{d}_n$ vektorokra.

Az állítást teljes indukcióval bizonyítjuk.

$n=2$-re láttuk, hogy igaz.

Tegyük fel, hogy n-re igaz, és lássuk be $n+1$-re.

$$\mathbf{a}_{n+1}=\frac{\mathbf{b}_n+\mathbf{c}_n+\mathbf{d}_n}{3}=\frac{1}{3}\cdot\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\mathbf{b}_1+\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\mathbf{c}_1+\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\mathbf{d}_1\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}(\mathbf{b}_1+\mathbf{c}_1+\mathbf{d}_1)=\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}(-\mathbf{a}_1)=\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}\mathbf{a}_1.$$

Hasonló gondolatmenettel belátható az állítás a másik három $n+1$ indexű vektorra.

Így az SA_n, SB_n, SC_n, SD_n szakaszok egyre rövidülnek, hosszuk minden határon túl csökken, vagyis véges k küszöbindex után az $n>k$ indexű A_n pontok mind az S középpontú egységsugarú körön belül lesznek, tehát csak véges számú ilyen pont esik a körön kívülre.