

**Megoldás.** A külső légnyomás  $p_0$ , ugyanakkora a nyomás a jobb oldali folyadék részben is, hiszen ott a folyadék nem gyorsul. A folyadék bal oldali részében a nyomás  $p_0 + \Delta p$ . A vastagabb csőrészben  $v_1$  sebességgel áramlik a folyadék (és vele együtt ugyanakkora sebességgel mozog a dugattyú is), a vékonyabb csőrészben az áramlási sebesség  $v_2$ .

a) A dugattyú egyenletesen mozog (nem gyorsul), a rá ható erők eredője tehát nulla:

$$F - \Delta p A = 0.$$

Az áramló folyadékra felírhatjuk a kontinuitási egyenletet:

$$Av_1 = kAv_2$$

és a Bernoulli-törvényt:

$$p_0 + \Delta p + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2.$$

A fenti három egyenletből kifejezhetjük  $v_1$ -et a megadott paraméterekkel:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Fk^2}{\rho A(1-k^2)}} = \sqrt{\frac{F}{12\rho A}},$$

akkora állandósult sebességgel mozog tehát a dugattyú.

b) A falnak csapódó víz sebességének vízszintes komponense  $v_2$ -ről gyakorlatilag *nullára csökken*. A fal által a vízre kifejtett erőt Newton II. törvényének eredeti alakját felhasználva számíthatjuk ki. Valamekkora  $\Delta t$  idő alatt a falnak csapódó víz sugar „hossza”  $\ell = v_2 \Delta t$ , tömege  $m = \rho \ell k A$ , így a fal által (balra) kifejtett erő:

$$F_{\text{fal} \rightarrow \text{víz}} = \frac{|\Delta I|}{\Delta t} = \frac{m|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{\rho k A \ell |\Delta v|}{\Delta t} = \frac{\rho A v_1^2}{k} = \frac{2k}{1-k^2} F = \frac{5}{12} F.$$

A víz ellenereje a falra ( $F_{\text{víz} \rightarrow \text{fal}}$ ) ezzel megegyezik (csak az iránya ellentétes, tehát jobbra mutat).

c) A cső nyugalomban van, így amekkora nagyságú vízszintes erőt fejt ki a víz a csőre ( $F_{\text{víz} \rightarrow \text{cső}}$ ), a rögzítés által a csőre kifejtett  $F_{\text{rögzítés} \rightarrow \text{cső}}$  erő is ugyanakkora nagyságú (de vele ellentétes irányú). Ugyanez érvényes a megfelelő ellenerekre is:

$$F_{\text{cső} \rightarrow \text{rögzítés}} = F_{\text{rögzítés} \rightarrow \text{cső}} = F_{\text{víz} \rightarrow \text{cső}} = F_{\text{cső} \rightarrow \text{víz}}.$$

A keresett (a cső által a rögzítésre kifejtett) erő tehát ugyanakkora, amekkora erővel a cső hat a vízre. Ez utóbbi viszont ismét a Newton-törvény segítségével határozható meg. A csőben lévő víz lendülete  $\Delta t$  idő alatt  $m = \rho v_1 A \Delta t$  tömegű részének sebessége  $v_1$ -ről  $v_2$ -re nő. A víz lendületváltozását a vízre ható eredő erő okozza:

$$\begin{aligned} F_{\text{eredő}} &= F - F_{\text{cső} \rightarrow \text{víz}} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{\rho v_1 A \Delta t (v_2 - v_1)}{\Delta t} = \\ &= \rho A \left( \frac{1}{k} - 1 \right) v_1^2 = \frac{2k}{k+1} F. \end{aligned}$$

Ebből a kérdéses erő

$$F_{\text{cső} \rightarrow \text{rögzítés}} = F_{\text{cső} \rightarrow \text{víz}} = F - F_{\text{eredő}} = F \left( 1 - \frac{2k}{k+1} \right) = \frac{1-k}{1+k} F = \frac{2}{3} F$$

nagyságú.

*Megjegyzés.* Figyelemre méltó, hogy  $F_{\text{víz} \rightarrow \text{fal}} + F_{\text{cső} \rightarrow \text{rögzítés}} \neq F$ , de ez nem ellentmondás, hiszen (a sebességek időbeli állandósága ellenére) a teljes folyadékmennyiség lendülete időben egyre változik, csökken. A teljes vízmennyiségre ható eredő erő

$$F - F_{\text{fal} \rightarrow \text{víz}} - F_{\text{cső} \rightarrow \text{víz}} = -\frac{2k^2}{1-k^2} F$$

és ez éppen megegyezik a

$$\frac{\Delta I_{\text{összes}}}{\Delta t} = -\frac{\Delta m \cdot v_1}{\Delta t} = -\rho A v_1^2$$

mennyiséggel, összhangban Newton II. törvényével.