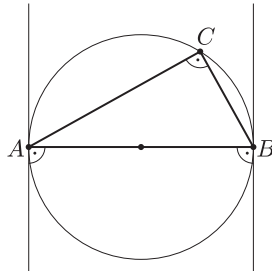
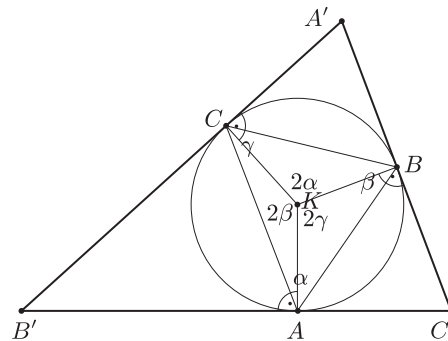


Megoldás. Jelöljük a háromszög csúcsait a szokásos módon A, B, C -vel. Ha a háromszög derékszögű, pl. $\gamma = 90^\circ$, akkor AB a körülírt kör átmérője, ezért a körülírt körhöz az A -ban és B -ben húzott érintők párhuzamosak (1. ábra), tehát ebben az esetben az érintők nem alkotnak háromszöget. A továbbiakban feltesszük, hogy az ABC háromszög nem derékszögű. Legyenek a körülírt körhöz a csúcsokban húzott érintők által alkotott háromszög csúcsai A', B' és C' , a körülírt kör középpontja pedig K . A kerületi és középponti szögek közti összefüggés alapján a körülírt kör A -t nem tartalmazó BC ívéhez tartozó középponti szög 2α , a B -t nem tartalmazó CA ívéhez tartozó középponti szög 2β , a C -t nem tartalmazó AB ívéhez tartozó középponti szög pedig 2γ . A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, ezért $KA \perp B'C'$, $KB \perp C'A'$ és $KC \perp A'B'$. A továbbiakban megkülönböztetjük a hegyesszögű és a tompaszögű háromszög esetét.



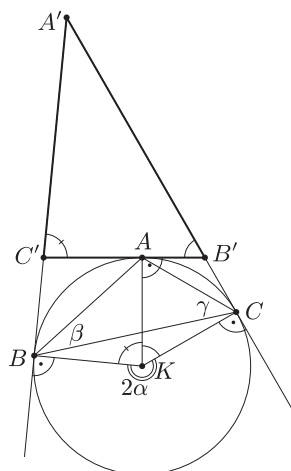
1. ábra



2. ábra

Ha ABC hegyesszögű (2. ábra), akkor a körülírt köre az $A'B'C'$ háromszögnek beírt köre. A $KAC'B$, $KBA'C$ és $KCB'A$ négyszögek húrnégyszögek, mert két-két szemközti szögük derékszög. A keresett szögek éppen ezen húrnégyszögek K -val szemközti szögei. Bármely húrnégyszögben a szemközti szögek összege 180° , ezért ebben az esetben az $A'B'C'$ háromszög szögei $180^\circ - 2\alpha$, $180^\circ - 2\beta$ és $180^\circ - 2\gamma$.

Ha ABC tompaszögű, akkor feltehetjük, hogy $\alpha > 90^\circ$ (3. ábra). Ekkor az ABC háromszög körülírt köre az $A'B'C'$ háromszögnek a $B'C'$ oldalához hozzáírt köre. Ebben az esetben a $KAC'B$, $KAB'C$ és $KCA'B$ négyszögek húrnégyszögek, mert két-két szemközti szögük derékszög. A keresett szögek most a $KCA'B$ húrnégyszög K -val szemközti szöge, valamint a $KAB'C$ és $KAC'B$ húrnégyszögek K -val szemközti csúcsnál lévő külső szögei. Bármely húrnégyszögben a szemközti csúcsnál lévő külső szög megegyezik az eredeti csúcsnál lévő belső szöggel, ezért ebben az esetben az $A'B'C'$ háromszög szögei $180^\circ - (360^\circ - 2\alpha) = 2\alpha - 180^\circ$, 2γ és 2β .



3. ábra

Megjegyzés. Nagyon sok megoldó (több, mint 60%) elfelejtkezett a nem hegyesszögű háromszögek vizsgálatáról. Pedig kellett volna gyanút fogniuk akkor, amikor leírták, hogy a keresett szög pl. $180^\circ - 2\alpha$, ami ugye $90^\circ < \alpha$, azaz tompaszögű háromszög esetén negatív.