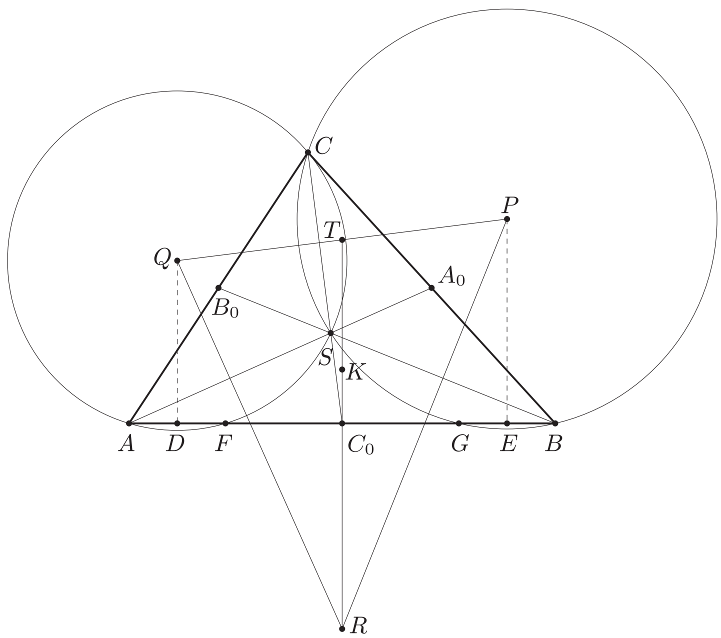
Megoldás. A PQR háromszög oldalai az SA, SB, SC szakaszok felezőmerőlegesei. Elegendő megmutatni, hogy az ABC háromszög oldalfelező merőlegesei a PQR háromszög súlyvonalai, hiszen ekkor a három egyenes közös K pontja a PQR háromszög súlypontja lesz. Ezt szimmetria okok miatt elég egy felezőmerőlegesre bizonyítani.

Jelölje az oldalak felezőpontjait az *ábra* szerint A_0, B_0 és C_0, valamint PQ-nak és AB felezőmerőlegesének metszéspontját T. Ha megmutatjuk, hogy T felezi a PQ szakaszt, akkor bebizonyítottuk az állítást. Vetítsük a PQ szakaszt merőlegesen AB-re, P és Q képe legyen rendre E, illetve D. T képe nyilván C_0, amivel AB felezőpontját jelöltük. Amennyiben T felezőpont, C_0 felezi ED-t is, amiből $AD = EB$. Megfordítva: ha ez igaz, a feladat állítása is igaz.



A CS egyenes az ACS és BCS háromszögek köré írt körök közös húrja, vagyis hatványvonala. Emiatt C_0-nak a két körre vonatkozó hatványa ugyanakkora, vagyis a körök AB-vel vett második metszéspontját G-vel és F-el jelölve:

$$C_0F \cdot C_0A = C_0G \cdot C_0B.$$

Mivel $C_0A = C_0B \neq 0$, leoszthatunk vele. Azt kapjuk, hogy $C_0F = C_0G$. Mivel C_0 felezőpont, ebből következik, hogy $AF = BG$. AF és BG rendre az ACS, illetve BCS körök húrjai, így a D és E pontok felezik őket (mivel középpontból húrra bocsátott merőlegesek talppontjai). Tehát az $AF = BG$ egyenlőséget kettővel osztva kapjuk, hogy $AD = EB$. Ezzel pedig bebizonyítottuk az állítást.