**Megoldás.** Vegyük észre, hogy a bal oldalon $(1+a)(1+b) = 1+a+b+ab$, illetve a jobb oldalon is szerepel $ab$ első, $a+b$ pedig második hatványon. Próbáljuk meg valamelyik közepek közötti egyenlőtlenséget felhasználni. Mivel a jobb oldalon $a+b$ a második kitevőn szerepel, ezért a négy kifejezés, amire felírjuk majd az összefüggést, legyen $1$, $\dfrac{a+b}{2}$, $\dfrac{a+b}{2}$ és $ab$. Tudjuk, hogy minden nemnegatív. Legkézenfekvőbb a számtani és a mértani közepek közötti egyenlőtlenség felírása:

$$\frac{1+\frac{a+b}{2}+\frac{a+b}{2}+ab}{4} \geq \sqrt[4]{1\cdot\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2}\right)ab}.$$

Ezt alakítva:

$$\begin{aligned}\frac{(1+a)(1+b)}{4} &\geq \sqrt[4]{\frac{(a+b)^2ab}{4}},\\ \frac{(1+a)^4(1+b)^4}{4^4} &\geq \frac{(a+b)^2ab}{4},\\ (1+a)^4(1+b)^4 &\geq 4^3(a+b)^2ab = 64(a+b)^2ab,\end{aligned}$$

ami éppen a bizonyítandó állítás.