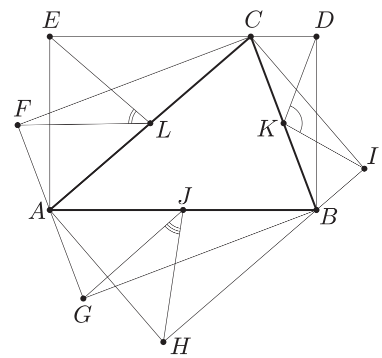
Megoldás. Készítsük el a feladatban szereplő betűzésekkel az *ábrát.*



Az ABC háromszög szögeit a szokásos módon rendre α, β, γ-val jelöljük. Fejezzük ki az állításban szereplő szögeket az α, β, γ segítségével.

Az $ACE\sphericalangle = CAB\sphericalangle = \alpha$, mert váltószögek. Az ECA háromszög derékszögű, átfogója AC, ennek felezőpontja L. Az E és F pontok az AC szakasz Thalész-körén helyezkednek el, $AL = FL = EL = CL$. Az ELC háromszög egyenlő szárú, így $LEC\sphericalangle = LCE\sphericalangle = \alpha$, tehát $ELC\sphericalangle = 180^\circ - 2\alpha$. Hasonlóan számolható az $FLA\sphericalangle$ szög is, $FLA\sphericalangle = 180^\circ - 2\gamma$. A két előbbi alapján

$$ELF\sphericalangle = 180^\circ - ELC\sphericalangle - FLA\sphericalangle = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha - 180^\circ + 2\gamma = 2\alpha + 2\gamma - 180^\circ.$$

A feladatban szereplő másik két szögre ugyanezzel a gondolatmenettel kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} IKD\sphericalangle &= 180^\circ - CKD\sphericalangle - IKB\sphericalangle = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta) - (180^\circ - 2\gamma) = \\ &= 2\beta + 2\gamma - 180^\circ, \\ GJH\sphericalangle &= 180^\circ - AJG\sphericalangle - HJB\sphericalangle = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta) - (180^\circ - 2\alpha) = \\ &= 2\beta + 2\alpha - 180^\circ. \end{aligned}$$

Végül a három kifejezett szög összege:

$$ELF\sphericalangle + IKD\sphericalangle + GJH\sphericalangle = 4\alpha + 4\beta + 4\gamma - 3 \cdot 180^\circ = 4(\alpha + \beta + \gamma) - 3 \cdot 180^\circ = 180^\circ.$$

A feladat állítását igazoltuk.