

Megoldás. A $10!$ szám prímtényezős felbontása:

$$10! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^1.$$

Tegyük fel, hogy $10!$ kanonikus alakjában a p prímszám az α -adik hatványon szerepel. Ekkor $(a, b, c) = 1$ és $[a, b, c] = 10!$ teljesülése esetén a, b, c között szerepelnie kell olyan számnak, ami nem osztható p -vel, olyannak, amit p pontosan az α -adik hatványon oszt, és a harmadik számban is legfeljebb α lehet p kitevője. Ha ezek a feltételek mind a négy prímosztóra teljesülnek, továbbá az a, b, c számok összes prímosztója a 2, 3, 5, 7 közül kerül ki, akkor $(a, b, c) = 1$ és $[a, b, c] = 10!$ valóban teljesül.

Vizsgáljuk most meg, hogy az a, b, c számok prímtényezős felbontásában p kitevője (ahol p a $10!$ egyik prímosztója) hányféle módon választható meg. Legyen a három kitevő $0, \alpha$ és β . Ha $0 < \beta < \alpha$, akkor 6-féle sorrend lehetséges, ha $\beta = 0$ vagy $\beta = \alpha$, akkor pedig 3-3. Tehát összességében p kitevőjének megválasztására a három számban $6(\alpha - 1) + 2 \cdot 3 = 6\alpha$ lehetőség van. A különböző prímosztókra a kitevőket egymástól függetlenül választhatjuk meg, így az olyan a, b, c pozitív egész számokból álló rendezett hármasok száma, amelyekre teljesül a feltétel, összesen $(6 \cdot 8) \cdot (6 \cdot 4) \cdot (6 \cdot 2) \cdot (6 \cdot 1) = 82\,944$.