Megoldás. Az egyenlő oldalú tetraéder szemközti élei egyenlő hosszúak, így a bennfoglaló paralelepipedon lapjain az átlók egyenlők, vagyis a paralelogramma lapok téglalapok, a bennfoglaló paralelepipedon téglatest. A tetraéder élei a bennfoglaló téglatest lapátlói, így a téglatest élei Pitagorasz-tételek segítségével számolhatók:

$$a^2 + b^2 = 281, \qquad b^2 + c^2 = 169, \qquad c^2 + a^2 = 400.$$

Az egyenletrendszer megoldása $a = 16$, $b = 5$, $c = 12$. Helyezzük el a tetraédert célszerűen a koordináta-rendszerben:

$$A(0,0,0), \quad B(16,5,0), \quad C(16,0,12), \quad D(0,5,12).$$

Mivel két-két-két él megegyezik, ezért három különböző hajlásszög van. Legyenek az ABC, ACD, az ABC, ABD, valamint az ACD, ABD síkok által meghatározott hajlásszögek rendre φ_1, φ_2, φ_3. Az ABC sík esetében az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok mindegyikére merőleges $\underline{n}(U,V,1)$ vektor lesz a sík normálvektora. Ez mindkét, nem párhuzamos vektorra merőleges:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \underline{n} = 16U + 5V = 0,$$
$$\overrightarrow{AC} \cdot \underline{n} = 16U + 12 = 0.$$

Ebből az egyenletrendszerből $\underline{n}\left(-\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, 1\right)$, illetve az ezzel párhuzamos $\underline{n}_{ABC}(15,-48,-20)$. Az A ponton átmenő ABC sík egyenlete ez alapján

$$15x - 48y - 20z = 0.$$

Hasonló számolással az ACD sík egyenlete

$$-15x - 48y + 20z = 0.$$

A két sík normálvektora

$$\underline{n}_{ABC}(15,-48,-20), \quad \underline{n}_{ACD}(-15,-48,20).$$

Mivel a normálvektorok merőlegesek a megfelelő síkra, illetve – jelen esetben – a szögtartománnyal ellentétes irányba mutatnak, ha skalárszorzatukat vesszük, megkapjuk az általunk keresett φ_1 hajlásszög kiegészítő szögét. Tehát

$$\underline{n}_{ABC} \cdot \underline{n}_{ACD} = |\underline{n}_{ABC}| \cdot |\underline{n}_{ACD}| \cdot \cos(180^\circ - \varphi_1).$$

Ebből

$$\cos\varphi_1 = -\frac{-15^2 + 48^2 - 20^2}{15^2 + 48^2 + 20^2} = -\frac{1679}{2929}, \qquad \varphi_1 \approx 124{,}98^\circ.$$

A további szögek meghatározásához az ABD sík normálvektora

$$\underline{n}_{ABD}(15,-48,20).$$

Az előzőhöz teljesen hasonló számítással, figyelembe véve a skaláris szorzat felírásánál, hogy a tetraéder belseje felé, vagy ellentétes irányba mutatnak a normálvektorok, megkapjuk, hogy

$$\varphi_2 = \arccos\frac{2129}{2929} \approx 43{,}38^\circ, \quad \text{illetve} \quad \varphi_3 = \arccos\frac{2479}{2929} \approx 32{,}18^\circ.$$