Tételezzük fel, hogy Ond akkor jut el leghamarabb Kondhoz, ha valameddig egyenesen fut a parton a tópartig, onnan ugyancsak egyenesen átúszik a túlsó partra, majd a parton egyenesen szalad tovább. Bebizonyítjuk, hogy ez hibás feltevés, a leírt útvonal nem lehet a legrövidebb idejű mozgás a két megadott pont között.

Legyen a vízbeugrás P és a vízből kiszállás Q pontja a tó O csúcsától x, illetve y távolságra, amint azt az *ábra* mutatja. Ha a leírt mozgás a lehető legrövidebb idejű lenne, akkor minden más mozgás, például az is, amikor Ond a vízparton teszi meg az $x+y$ partszakaszt, hosszabb ideig kellene tartson. Mivel a szárazföldön Ond 5-ször gyorsabb, mint a vízben:

$$PO + OQ = x + y \geq 5\,PQ.$$

A vízben megtett út hossza a koszinusztétel felhasználásával

$$PQ = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy\cos 60^\circ} = \sqrt{x^2 + y^2 - xy}\,.$$

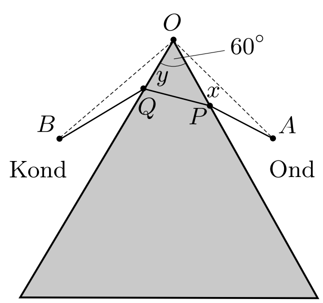
A fenti egyenlőtlenség érvényessége esetén

$$(x+y)^2 \geq 25\big(x^2 + y^2 - xy\big),$$

vagyis

$$24x^2 + 24y^2 - 27xy \equiv (4{,}899x - 2{,}756y)^2 + 16{,}404y^2 \leq 0.$$

Ez azonban csak $x = y = 0$ esetén teljesülhet, vagyis amikor Ond egyáltalán nem megy be a vízbe, hanem a tó csücskét megkerülve végig a szárazföldön szalad. A legrövidebb idejű (legrövidebb hosszúságú) mozgás nyilván az ábrán szaggatott vonallal jelölt AO és OB egyeneseket követi.



Megjegyzés. A feladatot az optikából ismert Fermat-elv segítségével is megpróbálhatjuk megoldani. Az optikai analógia alapján egy $n = 5$ törésmutatójú prizmában terjedő fénysugár útját kellene megkeresnünk. Ilyen, a törési törvényt követő fénysugarat azonban (geometriai okokból) nem találunk, tehát a fény a prizmán keresztül nem juthat el Ond eredeti helyétől Kondig.