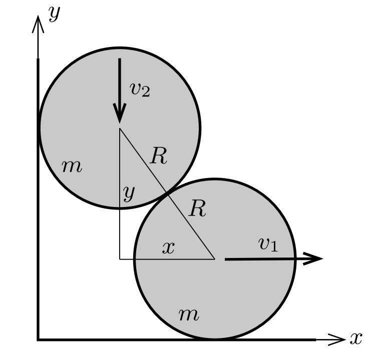
Megoldás. Helyezzük a rudakat az *1. ábrán* látható koordináta-rendszerbe, és használjuk az ott látható jelöléseket.



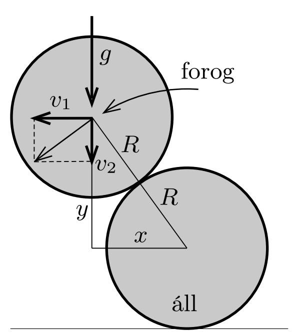
1. ábra

A rudak mozgása két részre bontható. Az első szakaszban a felső rúd az alsóra támaszkodik, tengelyeik távolsága $2R$. Egy bizonyos pillanatban azonban a rudak elválnak egymástól, ettől kezdve a felső rúd függőlegesen zuhan a talaj felé, az alsó pedig egyenletes sebességgel halad tovább vízszintesen.

Jelölje az alsó rúd pillanatnyi sebességét v_1, a felső rúd függőleges sebességét pedig v_2. A mozgás első szakaszában az energiamegmaradás tétele szerint

(1) $$\frac{m}{2}\left(v_1^2+v_2^2\right)=mg(2R-y).$$

Üljünk bele – képzeletben – az alsó testtel együtt v_1 sebességgel mozgó koordináta-rendszerbe. Abban a pillanatban, amikor a két rúd elválik egymástól, tehát a felső rúd éppen nem nyomja az alsót, ez a vonatkoztatási rendszer inerciarendszer, tehát a Newton-törvények a megszokott alakjukban érvényesek. A két test sebességét és gyorsulását a *2. ábrán* tüntettük fel. A felső rúd tengelye (ebben a koordináta-rendszerben) $2R$ sugarú körpályán mozog az alsó, álló rúd tengelye körül.



2. ábra

A mozgás sebessége érintő irányú, emiatt

(2) $$\frac{v_1}{v_2}=\frac{y}{x}.$$

A felső rúdra az elválás pillanatában a függőleges fal sem fejt ki erőt, így a rúd gyorsulása függőlegesen lefelé g. Ezen gyorsulásnak az alsó rúd felé eső komponense a körmozgás centripetális gyorsulása:

$$g\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{v_1^2+v_2^2}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

vagyis

(3) $$v_1^2+v_2^2=gy.$$

Megjegyzés. A (2) és (3) összefüggést differenciálszámítás segítségével is megkaphatjuk. Az $x^2+y^2=(2R)^2$ egyenlet idő szerinti kétszeri deriválásával kapjuk, hogy

$$x\dot{x}+y\dot{y}=0 \qquad \text{és} \qquad x\ddot{x}+\dot{x}^2+y\ddot{y}+\dot{y}^2=0.$$

Mivel $\dot{x}=v_1$, $\dot{y}=-v_2$, továbbá a rudak elválásának pillanatában $\ddot{x}=0$ és $\ddot{y}=-g$, ezek az összefüggések valóban (2)-vel és (3)-mal egyenértékűek.

Az (1), (2) és (3) egyenletekből

$$y = \frac{4}{3}R \qquad \text{és} \qquad x = \frac{2\sqrt{5}}{3}R,$$

illetve a sebességekre

$$v_1 = \sqrt{\frac{16}{27}Rg}, \qquad v_2 = \sqrt{\frac{20}{27}Rg}$$

adódik.

A mozgás második szakaszában az alsó rúd sebessége már nem változik, maximális értéke tehát $v_1^{(\max)} = v_1$ lesz. A felső rúd sebessége viszont nem az elválás pillanatában a legnagyobb, hanem akkor, amikor földet ér. Legyen a felső rúd sebessége a földet éréskor $v_2^{(\max)}$. A rendszer helyzeti energiájának a megváltozása a kezdőállapot és a felső rúd földet érése között $2Rmg$, mert a felső rúd tengelye $2R$-nyit süllyedt. A helyzet energia megváltozása megegyezik a rendszer mozgási energiájának megváltozásával:

$$2Rmg = \frac{1}{2}mv_2^{(\max)} + \frac{1}{2}mv_1^2,$$

ahonnan

$$v_2^{(\max)} = 2\sqrt{\frac{23}{27}Rg},$$

a maximális sebességek aránya pedig

$$\frac{v_2^{(\max)}}{v_1^{(\max)}} = \frac{\sqrt{23}}{2} \approx 2{,}4.$$