Megoldás. A hivatkozott cikk szerint[1] a feladatban szereplő hídkapcsolás eredő ellenállása:

$$R_{AB} = \frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)X}{R_1 + R_2 + 2X}.$$

a) $R_{AB} = X$ akkor teljesül, ha fennáll

$$\frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)X}{R_1 + R_2 + 2X} = X, \qquad \text{vagyis} \qquad X^2 = R_1R_2.$$

Ezek szerint ha a középső ellenállás R_1 és R_2 *mértani közepe,* akkor az eredő ellenállás is ugyanekkora nagyságú lesz.

b) Vizsgáljuk meg, hogy van-e megoldása a

$$\sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}} = \frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)X}{R_1 + R_2 + 2X} \tag{1}$$

egyenletnek.

Ismert, hogy két szám négyzetes középértéke biztosan nem kisebb, mint a számtani középértékük, és az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha a két szám megegyezik. Emiatt (1) érvényessége esetén érvényes a

$$\frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)X}{R_1 + R_2 + 2X} \geq \frac{R_1 + R_2}{2},$$

vagyis az $(R_1 + R_2)^2 + 2(R_1 + R_2)X - 4R_1R_2 - 2(R_1 + R_2)X \equiv (R_1 - R_2)^2 \leq 0$ egyenlőtlenség. Ez azonban csak $R_1 = R_2$ esetén teljesülhet. Ilyenkor (és csak ilyenkor) a négyzetes és a számtani közepek egyenlőek, és (1) – tetszőlegesen választható X mellett – valóban fennáll.

[1] Légrádi Imre: *A hídkapcsolás eredő ellenállása és áramerősségei,* KöMaL 2016. évi 2. szám, 107. oldalon a (∗) képlet.