

Megoldás. Vizsgáljuk az egyenlet bal oldalán lévő kifejezés 9-es maradékát. Először megmutatjuk, hogy a köbszámok 9-es maradéka 0, 1 vagy 8 lehet. Legyen ugyanis $a = 9k + m$, ahol k és m egészek, és $0 \leq m \leq 8$. Ekkor

$$a^3 = (9k + m)^3 = 9^3k^3 + 3 \cdot 9^2k^2m + 3 \cdot 9km^2 + m^3 = 9N + m^3,$$

ahol N egész, és m^3 értékei:

$$\begin{aligned} 0^3 &= 0, & 1^3 &= 1, & 2^3 &= 8, & 3^3 &= 27 = 9 \cdot 3, \\ 4^3 &= 64 = 9 \cdot 7 + 1, & 5^3 &= 125 = 9 \cdot 13 + 8, & 6^3 &= 9 \cdot 24, \\ 7^3 &= 343 = 9 \cdot 38 + 1, & 8^3 &= 512 = 9 \cdot 56 + 8. \end{aligned}$$

Ennek alapján a bal oldalon a lehetséges 9-es maradékok a 0, 1, 2, 3, 6, 7 vagy 8. Tehát a két oldal 9-es maradéka semmilyen x, y egész számra sem egyezik meg, ezért az egyenletnek nincs egész megoldása.