

Megoldás. Legyen a keresett összeg S , és jelöljük a táblázatba írt számokat az $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ betűkkel a következő *ábra* szerint:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Ha összeadjuk a 2×2 -es négyzeteken belüli összegeket, akkor a sarokmezőkbe írt számokat egyszer számoljuk, a középső mezőbe írtat négyszer, a fennmaradó négy mezőbe írt számokat pedig kétszer. Mivel az összes szám összege $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, ezért $4S = 45 + 3e + (b + d + f + h)$. Mivel a b, d, e, f, h számok az $\{1, 2, \dots, 9\}$ halmaz különböző elemei, ezért

$$3e + (b + d + f + h) = 2e + (b + d + e + f + h) \geq 2 \cdot 1 + (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 17,$$

hiszen $e \geq 1$ és a $(b + d + e + f + h)$ összeg legalább akkora, mint az öt legkisebb elem összege. Így $4S \geq 45 + 17 = 62$, és ezért $S \geq 16$, hiszen S egész.

Most tekintsünk egy olyan kitöltött táblázatot, amely teljesíti a feltételt, és mindegyik 2×2 -es négyzetben a számok összege S . Cseréljük le minden x elemét $10 - x$ -re, ekkor a táblázatba írt számok ugyancsak $10 - 9 = 1, 10 - 8 = 2, \dots, 10 - 1 = 9$ lesznek. Sőt, így is fennáll, hogy bármely 2×2 -es részben a számok összege azonos: értéke $40 - S$, hiszen ha az x, y, z, t számok voltak eredetileg valamely 2×2 -es részben, ahol $x + y + z + t = S$, akkor helyükre $10 - x, 10 - y, 10 - z, 10 - t$ kerül, ezek összege pedig $40 - (x + y + z + t) = 40 - S$. Tudjuk, hogy bármely megfelelő táblázatban $S \geq 16$, így mivel az előbbi cserével is olyan táblázathoz jutunk, amelyben a 2×2 -es részek összege ugyanannyi, ezért $40 - S \geq 16$ is fennáll. Tehát $16 \leq S \leq 24$, vagyis S értéke csak a $[16, 24]$ intervallumba eső egész szám lehet. Ezek az értékek valóban lehetségesek, amint azt a következő kitöltések mutatják:

8	4	9	8	2	5	8	1	6	8	1	6	7	6	1
3	1	2	6	1	9	7	2	9	7	3	9	3	4	9
5	7	6	7	3	4	5	4	3	4	5	2	8	5	2

Ez az 5 táblázat az $S = 16, 17, 18, 19, 20$ értékekre mutat példát. A fent említett cserével ezekből az ezeket 40-re kiegészítő értékekre, azaz $S = 24, 23, 22, 21$ esetén is megfelelő táblázat kapható. Tehát a 2×2 -es résztáblázatokban a számok összege $16, 17, \dots, 24$ lehet.