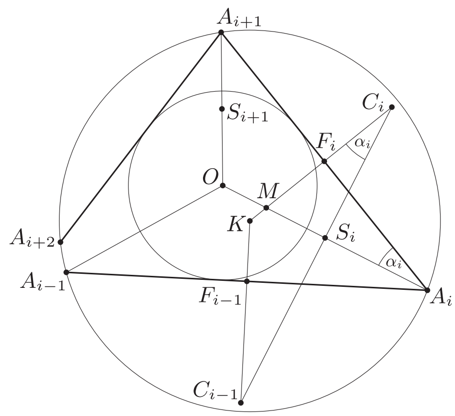
Megoldás. Legyen a sokszög köré írt körének középpontja K.



A C_i pont rajta van az A_iA_{i+1}, OA_i és OA_{i+1} felező merőlegesén. Ezek talppontjai sorban F_i, S_i, S_{i+1}. Az OA_i szögfelező, ezért

$$\alpha_i = OA_iA_{i-1}\sphericalangle = OA_iA_{i+1}\sphericalangle.$$

A $KF_{i-1}A_iF_i$ négyszögben a belső szögek összege

$$360^\circ = 2\alpha_i + 2 \cdot 90^\circ + F_{i-1}KF_i\sphericalangle,$$

vagyis

$$F_{i-1}KF_i\sphericalangle = 180^\circ - 2\alpha_i.$$

Jelöljük OA_i és F_iK metszéspontját M-mel. Az A_iMF_i és C_iMS_i derékszögű háromszögek hasonlók, mert M-nél fekvő hegyesszögük közös. Emiatt $MC_iS_i\sphericalangle = KC_iS_i\sphericalangle = \alpha_i$. Az eddigiek alapján a $KC_{i-1}C_i$ háromszögben $KC_iC_{i-1}\sphericalangle = \alpha_i$, $C_iKC_{i-1}\sphericalangle = 180^\circ - 2\alpha_i$, így $KC_{i-1}C_i\sphericalangle = \alpha_i$. Beláttuk, hogy a $KC_{i-1}C_i$ háromszög egyenlő szárú, $KC_{i-1} = KC_i$. Ez bármely két szomszédos kör középpontjaira teljesül, tehát a C_i pontok mind egy K körüli körön helyezkednek el.