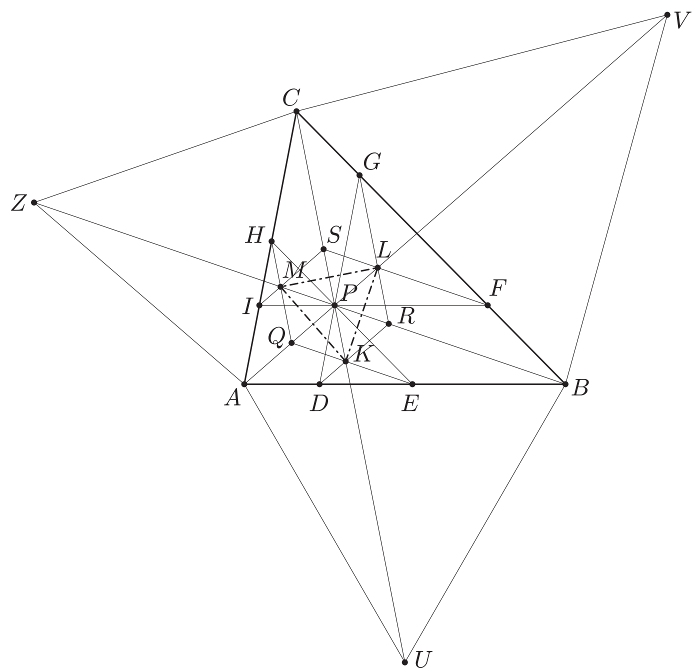
Megoldás. Ismert, hogy az izogonális pont úgy is megszerkeszthető, hogy a háromszög oldalaira kifelé szabályos háromszögeket szerkesztünk, majd ezek külső csúcsait az eredeti háromszög ellentétes csúcsával összekötjük. A három összekötő szakasz egy pontban, a háromszög izogonális pontjában metszi egymást. Legyenek az AB, BC és CA oldalakra kifelé rajzolt szabályos háromszögek harmadik csúcsai rendre U, V, Z. Az is ismert, hogy a P-nél keletkező hat darab szög mindegyike 60°-os.



A CU egyenes egybeesik a PK egyenessel, hiszen a PDE háromszög minden oldala párhuzamos az ABC háromszög megfelelő oldalaival, tehát a csúcsokból az izogonális pontba menő egyenesek is párhuzamosak. Mivel ezek a két háromszög esetében átmennek a P ponton is, ezért egybeesnek. Ugyanezt beláthatjuk a GPF és HPI háromszögeknél is a megfelelő oldalakkal. Ugyanezzel a módszerrel azt is bizonyíthatjuk, hogy a HAE, DBG és FCI háromszögek izogonális pontjai is rajta vannak a P pontot a megfelelő csúccsal összekötő szakaszokon. Legyenek ezek az izogonális pontok rendre Q, R és S. A KLM háromszög izogonális pontja P, mert az eddigiek alapján $MPK\sphericalangle = KPL\sphericalangle = LPM\sphericalangle = 120°$. Most használjuk fel azt a fentebb már említett tulajdonságot, hogy az izogonális pontnál keletkező szögek mindegyike 60°. A K, L, M, Q, R, S pontok mindegyike izogonális pont, tehát a PKR, RPL, LPS, SPM, MPQ és QPK háromszögek mindegyike szabályos, egymással egybevágó háromszög. A KPL, LPM és LPM háromszögek 120°-os szárszögű egyenlő szárú háromszögek, az alapon fekvő szögek 30°-osak, a KLM háromszög tehát szabályos.