Megoldás. *a*) Ha $n = 1$, akkor $x_1 = y_1 = 1$, és így a feladatban kérdezett minimum értéke 0. A továbbiakban a $2 \le n$ esettel foglalkozunk. Mivel az $x_1, \ldots, x_n$ nemnegatív számok összege 1, és x_1 közülük a(z egyik) legkisebb, ezért

$$0 \le x_1 \le \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}.$$

Ehhez hasonlóan $0 \le y_1 \le \frac{1}{n}$, és így $|x_1 - y_1| \le \frac{1}{n}$ is teljesül. Tehát a

$$\min_{1 \le i \le n} |x_i - y_i| \le \frac{1}{n}$$

egyenlőtlenség mindig teljesül. Másrészt, ha például a két sorozat

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = \frac{1}{n} \qquad \text{és} \qquad y_1 = \ldots = y_{n-1} = 0, \quad y_n = 1,$$

akkor $|x_1 - y_1| = \ldots = |x_{n-1} - y_{n-1}| = \frac{1}{n}$, és $|x_n - y_n| = 1 - \frac{1}{n} \ge \frac{1}{n}$. Tehát léteznek olyan sorozatok, amelyekre $\min\limits_{1 \le i \le n} |x_i - y_i| = \frac{1}{n}$, azaz az $\frac{1}{n}$-es becslés nem javítható. Ezzel beláttuk, hogy $n \ge 2$ esetén a feladat *a*) kérdésére a válasz $\frac{1}{n}$.

b) Mindkét sorozat tagjai nemnegatív számok, ezért

$$\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i| = |x_n - y_n| + \sum_{i=1}^{n-1} |x_i - y_i| \le |x_n - y_n| + \sum_{i=1}^{n-1} (x_i + y_i) =$$
$$= \max(x_n, y_n) - \min(x_n, y_n) + 1 - x_n + 1 - y_n = 2 - 2\min(x_n, y_n).$$

Mivel az $x_1, \ldots, x_n$ számok összege 1, és x_n közülük a(z egyik) legnagyobb, ezért $x_n \ge \frac{1}{n}$, és ehhez teljesen hasonlóan $y_n \ge \frac{1}{n}$ is igazolható. Így $2 - 2\min(x_n, y_n) \le 2 - \frac{2}{n}$, vagyis a kérdéses összeg legfeljebb $2 - \frac{2}{n}$ lehet. Azonban az *a*) rész megoldásában szereplő sorozatokra láttuk, hogy

$$|x_1 - y_1| = \ldots = |x_{n-1} - y_{n-1}| = \frac{1}{n} \quad \text{és} \quad |x_n - y_n| = 1 - \frac{1}{n},$$

így a $\sum\limits_{i=1}^{n} |x_i - y_i|$ összeg értéke éppen $2 - \frac{2}{n}$. Tehát az összeg lehetséges legnagyobb értéke $2 - \frac{2}{n}$.