I. megoldás. Megadunk egy ilyen függvényt. Legyen $a = c = 1$ és $d = 0 \neq b$. Az $x_1 \neq 0$ értékét később megválasztva, legyen

$$\begin{aligned}
x_2 &= f(x_1) = \frac{x_1 + b}{x_1}\,,\\
x_3 &= f(x_2) = \frac{\frac{x_1+b}{x_1} + b}{\frac{x_1+b}{x_1}} = \frac{(b+1)x_1 + b}{x_1 + b}\,,\\
x_4 &= f(x_3) = \frac{\frac{(b+1)x_1+b}{x_1+b} + b}{\frac{(b+1)x_1+b}{x_1+b}} = \frac{(2b+1)x_1 + b^2 + b}{(b+1)x_1 + b}\,,\\
x_5 &= f(x_4) = \frac{\frac{(2b+1)x_1+b^2+b}{(b+1)x_1+b} + b}{\frac{(2b+1)x_1+b^2+b}{(b+1)x_1+b}} = \frac{(b^2+3b+1)x_1 + 2b^2 + b}{(2b+1)x_1 + b^2 + b}\,,\\
x_1 &= f(x_5) = \frac{\frac{(b^2+3b+1)x_1+2b^2+b}{(2b+1)x_1+b^2+b} + b}{\frac{(b^2+3b+1)x_1+2b^2+b}{(2b+1)x_1+b^2+b}} = \frac{(3b^2+4b+1)x_1 + b^3 + 3b^2 + b}{(b^2+3b+1)x_1 + 2b^2 + b}\,.
\end{aligned}$$

Az utóbbi összefüggést rendezve:

$$\big(b^2+3b+1\big)x_1^2 - \big(b^2+3b+1\big)x_1 - \big(b^3+3b^2+b\big) = 0,$$

azaz

$$\big(b^2+3b+1\big)\big(x_1^2 - x_1 - b\big) = 0.$$

Ez biztosan teljesül, ha az első tényező nulla – például, ha $b = \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$. Legyen továbbá $x_1 = 2$, ekkor

$$x_2 = \frac{2+b}{2} \approx 0{,}809, \qquad x_3 = \frac{x_2+b}{x_2} \approx 0{,}528,$$

$$x_4 = \frac{x_3+b}{x_3} \approx 0{,}276, \qquad x_5 = \frac{x_4+b}{x_4} \approx -0{,}382.$$

Tehát az

$$f(x) = \frac{x - \frac{3-\sqrt{5}}{2}}{x}$$

függvény a fenti x_i értékekkel megfelel.

II. megoldás. A tangens függvény jól ismert

$$\operatorname{tg}(y+\beta) = \frac{\operatorname{tg} y + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg}\beta}$$

összegzési képletére emlékezve legyen $a = 1$, $b = \operatorname{tg}\beta$, $c = -\operatorname{tg}\beta$, $d = 1$, az x változót pedig írjuk $x = \operatorname{tg} y$ alakba; ekkor az

$$x \longmapsto f(x) = \frac{x+b}{-cx+1}\,, \quad \text{azaz} \quad \operatorname{tg} y \longmapsto \frac{\operatorname{tg} y + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\beta\operatorname{tg} y} = \operatorname{tg}(y+\beta)$$

függvény megfelelő, ha a $\operatorname{tg}(y+k\beta)$ $(k = 0, 1, \ldots, 4)$ értékek értelmezettek, páronként különbözők és $\operatorname{tg} y = \operatorname{tg}(y+5\beta)$. Mivel a tangens függvény értelmezett és szigorúan monoton növő mindegyik nyílt $\left(\dfrac{2k-1}{2}\pi, \dfrac{2k+1}{2}\pi\right)$ intervallumon és periodikus π szerint, $b = \operatorname{tg}(\pi/5)$ és $x_1 = 0$ választással a feladat követelményeit kielégítő függvényt kapunk.