

**Megoldás.** Jelöljük  $n$ -nel a hátralevő fordulók számát. Meg fogjuk mutatni, hogy  $n > 1$  esetén mindig lehet példát adni a feladat állítására, ám  $n = 1$  esetén nem.

Ha  $n = 1$ , akkor már csak 1 forduló van hátra, és amennyiben az  $A$  csapat több pontot szerez mint  $x$ , akkor is biztosan megnyeri a bajnokságot, hiszen már  $x$  pont szerzése esetén is nyert volna.

Ha  $n \geq 2$ , akkor  $x = 3n - 4$ -re adunk példát az állításra. Legyen a tabellán 2. csapat a  $B$ , neki van a legnagyobb esélye, hogy utolérje az élen álló csapatot. Tegyük fel, hogy  $A$  játszik még  $B$ -vel, hogy  $B$  a hátralevő többi, nem  $A$  ellen vívott mérkőzését megnyeri, és hogy rajtuk kívül van még legalább két csapat, akik egymás között mindig döntetlent játszanak (ekkor ugyanis egyik sem éri utol a  $B$  csapatot sem).

Az  $A$  csapat csak akkor szerezhethet  $n$  fordulóban  $3n - 4$  pontot, ha kettő kivételével minden meccsét megnyeri, a maradék kettőn pedig döntetlent játszik. Így ha  $A$ -nak  $k$  pontja volt, és  $B$ -nek  $k - 3$ , akkor  $A$ -nak  $k + 3n - 4$  lesz, míg  $B$ -nek  $(k - 3) + (3n - 2) = k + 3n - 5$ , vagyis  $A$  megnyeri a bajnokságot.

$A$  csak úgy szerezhethet az utolsó  $n$  fordulóban  $3n - 3$  pontot, ha pontosan egy meccset elveszít, a többit megnyeri. Ha a  $B$  ellen veszít, akkor a végén  $k + 3n - 3$  pontja lesz, míg  $B$ -nek  $k - 3 + 3n$ . Tehát pontegyenlőség alakul ki, ekkor sorsolással döntenek, vagyis nem biztos, hogy  $A$  nyer.

$A$ -nak lehet úgy 3-mal több pontja, mint  $B$ -nek, ha az eddigi összes meccsét megnyerte,  $B$  pedig pontosan egyet elveszített, a többit pedig megnyerte. Ha eddig  $m$  forduló volt, akkor  $A$ -nak  $3m$ ,  $B$ -nek pedig  $3m - 3$  pontja van. A többi csapat egymással mindig döntetlent játszott, nekik  $m$  pontjuk van, kivéve a harmadik helyezettet, aki a  $B$ -t legyőzte. Ennek a csapatnak  $m + 2$  pontja van. Teljesülnie kell, hogy  $3m - 3 > m + 2$ , amiből  $m \geq 3$  következik. Tehát az általunk adott példában a fordulók száma legalább  $3 + n$ , a csapatok száma pedig legalább  $4 + n$ .