

**Megoldás.** Jelöljük  $q$ -val annak a valószínűségét, hogy a bolha visszajut a 0-ba. A szimmetria miatt feltételezhetjük, hogy pozitív irányba indul el. Jelöljük  $r$ -rel annak a valószínűségét, hogy az 1-ből eljut a 0-ba, ha az 1-re a 2-ből érkezett.

Ha  $p = 1$ , akkor  $q = 0$ , biztos, hogy a bolha nem tér vissza a 0-ba.

Tegyük fel mostantól, hogy  $p \neq 1$ . Az első ugrás után feltevésünk szerint a bolha az 1-ben van, innen  $1 - p$  valószínűséggel egyből visszaugrik a 0-ba,  $p$  valószínűséggel pedig tovább a 2-re. Utóbbi esetben annak a valószínűsége, hogy a bolha visszatér az 1-be, szintén  $q$ . Ilyenkor az 1-be a 2-ből érkezik, így annak a valószínűsége, hogy ezután eljut a 0-ba  $r$ . Ezért az alábbi egyenlet írható fel:

$$(1) \quad q = (1 - p) + pqr.$$

Most keressünk ehhez hasonló egyenletet  $r$ -re is. Miután az 1-be a 2-ből érkezett,  $p$  valószínűséggel továbbugrik a 0-ba,  $1 - p$  valószínűséggel pedig visszaugrik a 2-re. Innen az előzőekhez hasonlóan  $q$  valószínűséggel jut vissza az 1-re és onnan  $r$  valószínűséggel jut el a 0-ba, ezért

$$(2) \quad r = p + (1 - p)qr.$$

A két egyenletet összeadva

$$r + q = qr + 1,$$

amiből átrendezés és szorzattá alakítás után a

$$0 = (1 - q)(1 - r)$$

összefüggést kapjuk. Ez az egyenlőség pontosan akkor teljesül, ha  $r = 1$  vagy  $q = 1$ . Ha  $r = 1$ , akkor (2)-be behelyettesítve

$$1 = p + (1 - p)q,$$

és így

$$(1 - p)(1 - q) = 0.$$

Mivel  $p \neq 1$ , azért  $q = 1$ , vagyis  $q = 1$ -nek mindenképpen teljesülnie kell.

Tehát ha  $p \neq 1$ , akkor 1 valószínűséggel visszajut a 0-ba,  $p = 1$  esetén viszont biztos, hogy nem jut vissza.