Megoldás. Elsőként adjunk az egyenlet mindkét oldalához x-et. Látjuk, hogy a jobb oldalon szereplő polinom teljes négyzet.

$$x+\sqrt{x}=x^2-2x+1+|x-1|, \quad x+\sqrt{x}=(x-1)^2+|x-1|.$$

A négyzetgyök definíciója miatt $x\geq 0$, továbbá azt is tudjuk, hogy $(x-1)^2=|x-1|^2$. Legyen az áttekinthetőség érdekében $\sqrt{x}=a$ és $|x-1|=b$, ahol $a,b\geq 0$. Az új jelöléssel egyenletünk

$$a^2+a=b^2+b$$

alakban írható. Az $f(u)=u^2+u$ függvény a nemnegatív valós számok halmazán szigorúan monoton növekedő, minden függvényértéket legfeljebb egyszer vehet fel. Az egyenletben éppen $f(a)=f(b)$, ez tehát akkor és csak akkor áll fenn, ha $a=b$. Emiatt

$$\sqrt{x}=|x-1|, \quad x=x^2-2x+1, \quad x^2-3x+1=0.$$

Ennek gyökei

$$x_1=\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad x_2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Mindkét gyök pozitív és kielégíti az alapegyenletet.