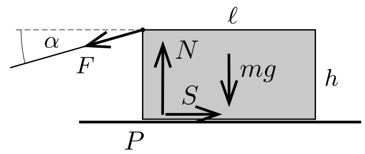
I. megoldás. *a*) A test állandó sebességgel mozog, tehát a rá ható erők kiegyenlítik egymást. A testre a zsineg valamekkora F nagyságú erővel hat, a nehézségi erő mg, az asztallap által kifejtett tartóerő N és a súrlódási erő S nagyságú (lásd az *1. ábrát*).



1. ábra

Mivel a test csúszik, fennáll

$$S=\mu N, \tag{1}$$

továbbá a vízszintes és függőleges irányú erőegyensúly feltétele:

$$F\cos\alpha=S, \tag{2}$$

$$mg+F\sin\alpha=N. \tag{3}$$

A (2) és (3)-ból kifejezett erőket (1)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$F\cos\alpha=(mg+F\sin\alpha)\mu,$$

ahonnan

$$F(\alpha)=\frac{\mu}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}mg=\frac{15\ \mathrm{N}}{\cos\alpha-0{,}15\ \sin\alpha}. \tag{4}$$

b) A test egyenletes mozgását két esemény szakíthatja meg. Az α szög növekedtével (4) jobb oldalának nevezője egyre kisebbé válik, és az

$$\alpha\to\alpha_1=\operatorname{arctg}\frac{1}{0{,}15}=81{,}5^\circ$$

határesetben nullához közelít, miközben F végtelenhez tart, tehát a test hirtelen megáll („megszorul"), vagy pedig a zsineg már korábban elszakad.

A test egyenletes mozgása úgy is végződhet, hogy a test felborul. Ez az után következik be, amikor az N erő támadáspontja egészen a P pontig (vagyis a testnek a mozgásirányba eső alsó oldaléléig) tolódik. A határhelyzetnek megfelelő α_2 szögnél az F erő P pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka éppen kiegyenlíti az mg nehézségi erő forgatónyomatékát. Mivel az F erő erőkarja $h\cos\alpha$, a nehézségi erőé pedig $\ell/2$, a forgatónyomatékok egyensúlyának feltétele:

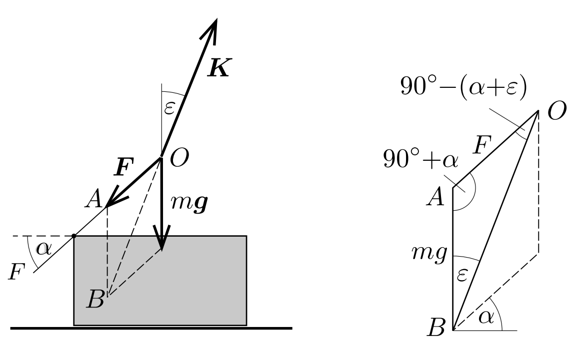
$$\frac{\mu}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}mg\cdot h\cos\alpha=mg\cdot\frac{\ell}{2},$$

ahonnan

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{\mu}-\frac{2h}{\ell}=\operatorname{tg}\alpha_2=5{,}39,\qquad\text{tehát}\qquad\alpha_2=79{,}5^\circ.$$

Mivel $\alpha_2<\alpha_1$, az α szög legfeljebb $79{,}5^\circ$ lehet; a téglatest ennél a helyzetnél felborul.

II. megoldás. A feladatot szerkesztéssel is megoldhatjuk. Jelöljük a testre ható erőket a *2. ábrán* látható módon!



2. ábra

Az asztal által kifejtett $\boldsymbol{K}$ erő (a függőleges irányú $\boldsymbol{N}$ tartóerő és a vízszintes irányú $\boldsymbol{S}$ súrlódási erő vektori összege) csúszó súrlódás esetén $\varepsilon = \operatorname{arctg} \mu$ szöget zár be a függőlegessel, hiszen ekkor teljesül a csúszó súrlódás

$$\frac{S}{N} = \operatorname{tg} \varepsilon = \mu$$

feltétele. (Az ε szöget *súrlódási határszögnek* nevezik.)

Az $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{K}$ és $m\boldsymbol{g}$ vektorok közös O ponton haladnak át, emiatt a forgatónyomatékuk összege nulla. A zsinegben ható erő nagysága az OAB háromszögre felírt szinusztételből számítható ki:

$$\frac{F}{mg} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin(90^\circ - \alpha - \varepsilon)} = \frac{\sin \varepsilon}{\cos(\alpha + \varepsilon)} = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon} =$$
$$= \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \alpha - \sin \alpha \ \operatorname{tg} \varepsilon},$$

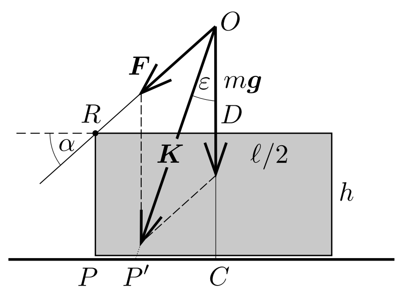
vagyis

$$F(\alpha) = \frac{\mu}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} mg.$$

A 2. ábráról leolvashatjuk, hogy $\alpha + \varepsilon < 90^\circ$, vagyis

$$\operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg}(90^\circ - \varepsilon) = \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{1}{\mu} = 6{,}67,$$

azaz $\alpha < \alpha_1 = 81{,}5^\circ$.



3. ábra

Foglalkozzunk most a téglatest felborulásának lehetőségével! A *3. ábrán* látható P' pont (ami a $\boldsymbol{K}$ erő hatásvonalának és az asztal síkjának metszéspontja) nem lehet távolabb a C ponttól, mint $PC = \ell/2$, ellenkező esetben a test a P ponton átmenő oldalél körül elfordul, vagyis a test felbillen. A stabilitás feltétele:

$$P'C = (OD + DC) \operatorname{tg} \varepsilon = (DR \cdot \operatorname{tg} \alpha + DC) \operatorname{tg} \varepsilon = \left(\frac{\ell}{2} \operatorname{tg} \alpha + h \right) \mu < \frac{\ell}{2},$$

vagyis

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{1}{\mu} - \frac{2h}{\ell} = 5{,}40, \quad \text{azaz} \quad \alpha < \alpha_2 = 79{,}5^\circ.$$

Látható, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 - \frac{2h}{\ell} < \operatorname{tg} \alpha_1,$$

vagyis (a test méretarányaitól és a súrlódás nagyságától függetlenül) mindig teljesül, hogy $\alpha_2 < \alpha_1$. Ezek szerint a test a konkrét adatoktól függetlenül előbb borul fel, mintsem megszorulna.