

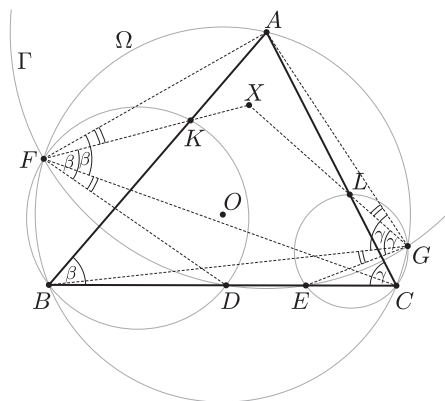
Baran Zsuzsanna megoldása. Először belátom, hogy $BGE\triangleleft = DFC\triangleleft$.

$BCF\triangleleft (= DCF\triangleleft) = BGF\triangleleft$, mert Ω körnek azonos ívén nyugvó kerületi szögek.

Az FCD háromszögben $DFC\triangleleft + DCF\triangleleft + FDC\triangleleft = 180^\circ$.

Mivel $FDEG$ húrnégyszög, az is igaz, hogy $FDE\triangleleft + FGE\triangleleft = FDE\triangleleft + BGF\triangleleft + BGE\triangleleft = 180^\circ$.

Ezek szerint $DFC\triangleleft = 180^\circ - DCF\triangleleft - FDC\triangleleft = 180^\circ - BGF\triangleleft - FDE\triangleleft = BGE\triangleleft$.



A kerületi szögek tétele miatt az is igaz, hogy

$$\begin{aligned} DFK\triangleleft &= DBK\triangleleft \text{ (} BDK \text{ kör } DK \text{ ívén nyugszanak)} = \\ &= CBA\triangleleft = CFA\triangleleft \text{ (} \Omega \text{ } AC \text{ ívén nyugszanak),} \\ EGL\triangleleft &= ECL\triangleleft \text{ (} CEL \text{ kör } EL \text{ ívén nyugszanak)} = \\ &= BCA\triangleleft = BGA\triangleleft \text{ (} \Omega \text{ } AB \text{ ívén nyugszanak).} \\ AFK\triangleleft &= AFD\triangleleft - DFK\triangleleft = AFD\triangleleft - CFA\triangleleft = DFC\triangleleft = \\ &= BGE\triangleleft = AGE\triangleleft - BGA\triangleleft = AGE\triangleleft - EGL\triangleleft = AGL\triangleleft. \end{aligned}$$

Ezek szerint $AFX\triangleleft = AFK\triangleleft = AGL\triangleleft = AGX\triangleleft$.

Az AFG háromszög egyenlőszárú (AF és AG egyaránt Γ sugarai), ezért $AFG\triangleleft = AGF\triangleleft$ és A illeszkedik az FG szakasz felezőmerőlegesére.

$OF = OG$ (Ω sugarai), ezért O is illeszkedik az FG szakasz felezőmerőlegesére. Így az AO egyenes az FG szakasz felezőmerőlegesese.

$$XFG\triangleleft = |AFG\triangleleft - AFX\triangleleft| = |AGF\triangleleft - AGX\triangleleft| = XGF\triangleleft.$$

Ezek szerint az XFG háromszög egyenlőszárú, így az X pont illeszkedik az FG szakasz felezőmerőlegesére, azaz az AO egyenesre. Ezt akartuk belátni.

Mivel a feladatban megadták, hogy a pontok milyen sorrendben helyezkednek el a BC szakaszon, illetve az Ω körön, diszkusszióra nincs szükség.