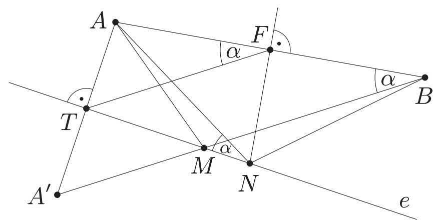
**Megoldás.** Feltehetjük, hogy $A$ és $B$ különböző pontok (ellenkező esetben az $N$ pont nem meghatározott, de persze bármely lehetséges helyzetére igaz, hogy a négy pont egy körön helyezkedik el), és azt is, hogy az $AB$ egyenes nem merőleges $e$-re, ellenkező esetben ugyanis az $N$ pont nem létezik (bár felfogható egy végtelen távoli pontnak, amely az egyenessé fajuló végtelen sugarú $ABM$ körön helyezkedik el). Ha $AB$ párhuzamos $e$-vel, akkor az $M$ és az $N$ pont egybeesik, ezért az állítás nyilvánvaló. A fennmaradó esetekben, mivel egyik pontnak sincs kitüntetett szerepe, feltehetjük, hogy $A$ közelebb van $e$-hez, mint $B$.

Legyen az $A$ pont $e$-re vonatkozó tükörképe $A'$, az $AA'$ és $e$ egyenesek metszéspontja pedig $T$. Mivel az $e$ egyenes bármely $E$ pontjára $AE + EB = A'E + EB$, azért a háromszög-egyenlőtlenség miatt az összeg akkor lesz a lehető legkisebb, ha $E$ az $A'B$ szakaszon helyezkedik el. Vagyis az $M$ pont megegyezik az $A'B \cap e$ ponttal. Az $N$ pont pedig nyilván az $AB$ szakasz felezőmerőlegesének $e$-vel való metszéspontja.




Jelölje $AB$ felezőpontját $F$. Ekkor az $ATNF$ négyszög húrnégyszög, mert $T$-nél és $F$-nél lévő szögei derékszögek. Ezért $ANT\sphericalangle = AFT\sphericalangle = \alpha$, mert mindkettő az $ATNF$ négyszög köré írt körének rövidebbik $AT$ ívéhez tartozó kerületi szög. Az $F$ és $T$ az $AB$, illetve $AA'$ szakaszok felezőpontjai, ezért az $ATF$ és $AA'B$ háromszögek hasonlóak, tehát $ABA'\sphericalangle = AFT\sphericalangle = \alpha$. Tehát az $AM$ szakasz $N$-ből és $B$-ből ugyanakkora szögben látszik. Az $A$ közelebb van $e$-hez, mint $B$, ezért $AM < AN$, vagyis $N$ és $B$ az $AM$ egyenesnek ugyanazon az oldalán helyezkedik el. Tehát $N$ és $B$ az $AM$ szakasz $\alpha$ szöghöz tartozó két látókoríve közül ugyanazon van rajta. Így az $AMNB$ négyszög valóban húrnégyszög.