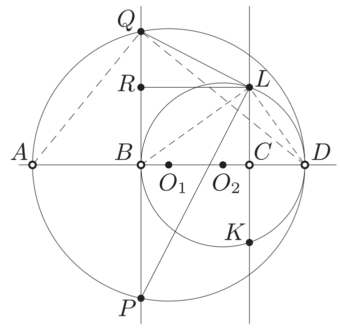
I. megoldás. Legyen $AB = BC = x$, $CD = y$. Elegendő belátni, hogy a PLQ háromszög L-nél derékszögű, mert akkor L rajta van PQ Thalész-körén (szimmetria miatt K is).



Állítsunk L-ből merőlegest PQ-ra, a talppontja legyen R. A BDL háromszög derékszögű, az átfogóhoz tartozó magasság CL. A derékszögű háromszögben felírva a magasságtételt:

$$CL = \sqrt{BC \cdot CD} = \sqrt{xy} = RB.$$

Az AQD derékszögű háromszögben felírva a magasságtételt:

$$BQ = \sqrt{AB \cdot BD} = \sqrt{x(x+y)}\,;$$

és innen

$$QR = BQ - RB = \sqrt{x(x+y)} - \sqrt{xy}\,,$$
$$RP = BQ + RB = \sqrt{x(x+y)} + \sqrt{xy}\,.$$

Mivel

$$QR \cdot RP = \left(\sqrt{x(x+y)} - \sqrt{xy}\right)\left(\sqrt{x(x+y)} + \sqrt{xy}\right) = x(x+y) - xy = x^2 = RL^2,$$

így $RL = \sqrt{QR \cdot RP}$, és a magasságtétel megfordítása miatt a PQL háromszög derékszögű (a PKQ háromszög is derékszögű).

Ezzel igazoltuk az állítást.

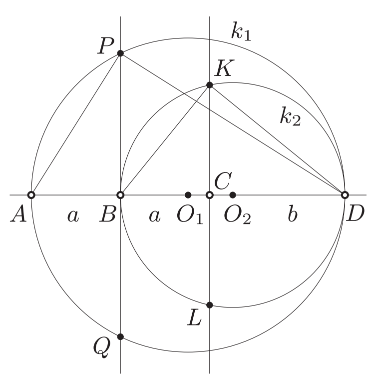
II. megoldás. Az *ábra* jelölései szerint: $d_{AB} = d_{BC} = a$, $d_{CD} = b$. A k_1 kör AD átmérőjű Thalész-kör, ezért $APD\sphericalangle = 90°$. A k_2 kör BD átmérőjű Thalész-kör, ezért $BKD\sphericalangle = 90°$. A BKD derékszögű háromszögben a befogótételt felírva:

$$d_{BK} = \sqrt{a(a+b)}\,. \tag{1}$$

Az ADP derékszögű háromszögben a magasságtételt alkalmazva:

$$d_{PB} = \sqrt{a(a+b)}\,. \tag{2}$$

(1)-ből és (2)-ből következik: $d_{PB} = d_{BK}$.



A tengelyes szimmetria miatt $d_{BP} = d_{BQ}$ és $d_{CK} = d_{CL}$, ezért a P, K, L, Q pontok a B ponttól egyenlő távolságra vannak, azaz illeszkednek a B középpontú $\sqrt{a(a+b)}$ sugarú körvonalra, és ezt kellett bizonyítani.