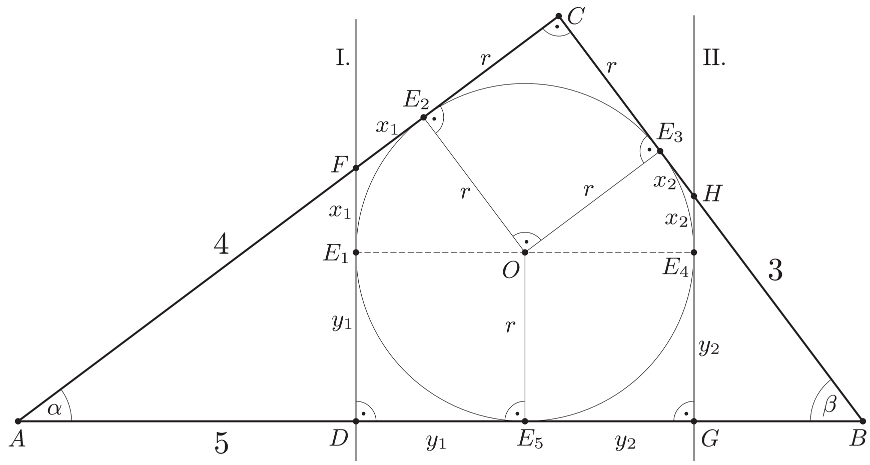
Megoldás. Az átfogóra merőleges egyenesek kétféle esetet határoznak meg. Két különböző oldalhosszúságú érintőnégyszög és derékszögű háromszög jön létre. A két esetet külön kell vizsgálni.



I. eset: A háromszög területét kétféleképpen felírva számítsuk ki az ABC háromszög beírható körének r sugarát:

$$T_{ABC} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6.$$
$$T = r \cdot s = r \cdot \frac{3+4+5}{2} = r \cdot 6 = 6,$$

vagyis $r = 1$, és ekkor $y_1 = 1$. Mivel az E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 érintési pontokba húzott sugár merőleges az érintőre, illetve a metsző egyenes merőleges az átfogóra, így a DE_5OE_1 négyszög négyzet. Az E_2OE_3C négyszög szintén négyzet, így $E_2C = r$.

$$AF = 4 - x_1 - r = 4 - x_1 - 1 = 3 - x_1.$$

Az ABC háromszögből: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Az AFD háromszögre:

$$\sin\alpha = \frac{3}{5} = \frac{x_1 + y_1}{AF} = \frac{x_1 + 1}{4 - r - x_1} = \frac{x_1 + 1}{3 - x_1}; \qquad x_1 = \frac{1}{2}.$$

A négyszög oldalai:

$$FC = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}, \quad FD = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}, \quad CB = 3.$$

Az érintőnégyszög tétel szerint:

$$DB + FC = CB + FD, \quad \text{azaz} \quad DB + \frac{3}{2} = 3 + \frac{3}{2}, \quad \text{így} \quad DB = 3.$$

II. eset: Értelemszerűen a beírható kör sugara és y értéke sem változik: $y_1 = y_2 = 1$. Tehát: $BH = 3 - x_2 - 1 = 2 - x_2$, és $\sin\beta = \frac{4}{5}$ (az ABC háromszögből).

A HGB háromszögre:

$$\sin\beta = \frac{4}{5} = \frac{x_2 + 1}{2 - x_2}, \qquad x_2 = \frac{1}{3}.$$

A négyszög oldalai:

$$AC = 4, \quad CH = r + x_2 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}, \quad HG = x_2 + y_2 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3},$$

és így $AG = 4$.