

Bodor Bertalan megoldása. Legyen $BAC \sphericalangle = \alpha$, $ACB \sphericalangle = \beta$, $CBA \sphericalangle = \gamma$, $BSP \sphericalangle = \varphi$.
Az S pontnak a Γ körre vonatkozó hatványa

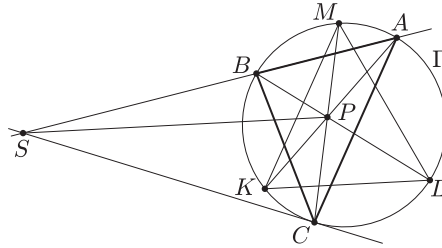
$$SA \cdot SB = SC^2 = SP^2.$$

Ebből $\frac{SB}{SP} = \frac{SP}{SA}$ adódik, ami azt jelenti, hogy az SBP és SPA háromszögek hasonlóak egymáshoz. Ebből $SAP \sphericalangle = SPB \sphericalangle$ következik. Ekkor a kerületi szögek tételéből:

$$\begin{aligned} AKL \sphericalangle &= ABL \sphericalangle = BSP \sphericalangle + SPB \sphericalangle = \varphi + SPB \sphericalangle = \varphi + SAP \sphericalangle = \\ &= \varphi + BAK \sphericalangle = \varphi + BLK \sphericalangle, \end{aligned}$$

ahonnan

$$(1) \quad AKL \sphericalangle - BLK \sphericalangle = \varphi.$$



Az érintő szárú kerületi szögek tétele miatt $BCS \sphericalangle = CAB \sphericalangle = \alpha$. Az ACS háromszögben a szögek összege $180^\circ = \alpha + ACS \sphericalangle + CSP \sphericalangle + ASP \sphericalangle = 2\alpha + \gamma + \varphi + CSP \sphericalangle$, amiből $CSP \sphericalangle = 180^\circ - 2\alpha - \gamma - \varphi$. $SC = SP$ miatt az SCP háromszög egyenlő szárú, és akkor

$$SPC \sphericalangle = SCP \sphericalangle = \frac{180^\circ - CSP \sphericalangle}{2} = \alpha + \frac{\gamma + \varphi}{2}.$$

Ebből

$$BCM \sphericalangle = SCP \sphericalangle - BCS \sphericalangle = \frac{\gamma + \varphi}{2} \quad \text{és} \quad ACM \sphericalangle = \frac{\gamma - \varphi}{2}.$$

A kerületi szögek tételéből:

$$(2) \quad BLM \sphericalangle - AKM \sphericalangle = BCM \sphericalangle - ACM \sphericalangle = \frac{\gamma + \varphi}{2} - \frac{\gamma - \varphi}{2} = \varphi.$$

Az (1) és (2) egyenlőségek megfelelő oldalait egymásból kivonva

$$AKL \sphericalangle - BLK \sphericalangle - BLM \sphericalangle + AKM \sphericalangle = 0,$$

azaz

$$AKL \sphericalangle + AKM \sphericalangle = BLK \sphericalangle + BLM \sphericalangle \iff MKL \sphericalangle = MLK \sphericalangle \iff MK = ML$$

adódik, és ezt kellett bizonyítanunk.