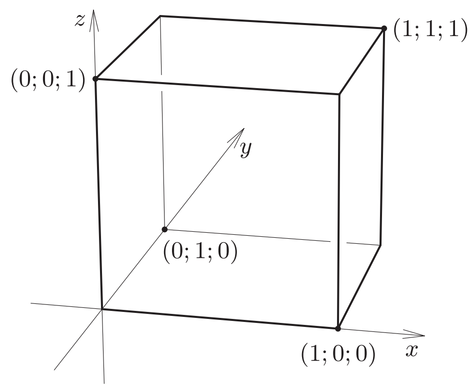
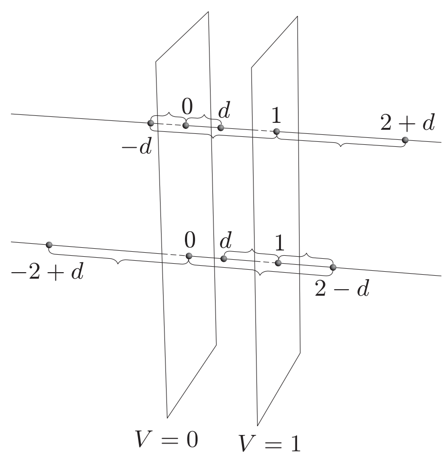
Megoldás. Vegyünk fel egy térbeli derékszögű koordinátarendszert úgy, hogy az origója legyen a kocka egyik csúcsa, tengelyei essenek egybe a kocka e csúcsán átmenő élegyeneseivel, az egységet pedig válasszuk úgy, hogy a kocka origóval szemközti csúcsa az $(1;1;1)$ pont legyen.

Ekkor a kocka lapsíkjainak egyenletei rendre $X=0$, $X=1$, $Y=0$, $Y=1$, $Z=0$ és $Z=1$ (*1. ábra*). Az e síkokra való tükrözések egy tetszőleges $(a;b;c)$ pontot rendre a $(-a;b;c)$, $(2-a;b;c)$, $(a;-b;c)$, $(a;2-b;c)$, $(a;b;-c)$ és $(a;b;2-c)$ pontokba visznek át. Tehát a tükrözések során mindig csak a pont egyik koordinátája változik, párhuzamos síkokra való tükrözések esetén ugyanaz a koordináta, merőleges síkokra való tükrözések esetén pedig más-más koordináta. Vagyis az egymásra merőleges síkokra való tükrözések sorrendje felcserélhető, két egymással párhuzamos síkra való tükrözés pedig a pontok két-két koordinátáját változatlanul hagyja, egy koordinátáját pedig vagy 2-vel növeli, vagy 2-vel csökkenti ($d \longmapsto -d \longmapsto 2-(-d)=d+2$, vagy $d \longmapsto 2-d \longmapsto -(2-d)=d-2$, *2. ábra*), azaz e két tükrözés egymásutánja egy olyan 2 hosszú vektorral való eltolás, mely vektor párhuzamos valamelyik koordinátatengellyel.



1. ábra



2. ábra

A hat tükrözés után tehát az $(a;b;c)$ pont az $(a\pm 2; b\pm 2; c\pm 2)$ pontba kerül. Vagyis a tükrözések egymásutánja megfelel egy eltolásnak valamely $\mathbf{v}=(\pm 2;\pm 2;\pm 2)$ vektorral. Ezért az előjelek választásától (ami a párhuzamos síkokra való két-két tükrözés sorrendjén múlik) függően $2^3=8$ különböző transzformációt kaphatunk.

Megjegyzés. A hat tükrözés egymásutánjaként kapott eltolások mindegyikének iránya párhuzamos a kocka valamelyik testátlójával, hossza pedig a testátló kétszerese.