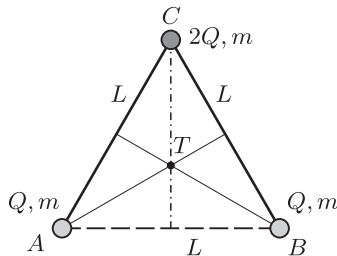


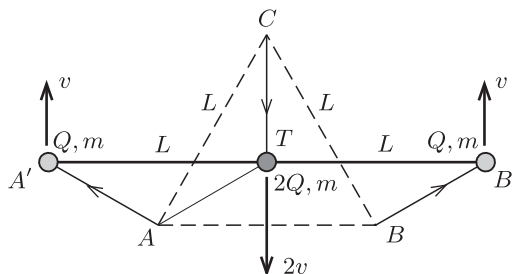
Megoldás. a) A három egyforma tömegű golyó kezdetben egy szabályos háromszög A , B és C csúcspontjában található, a rendszer tömegközéppontja a háromszög T súlypontja (1. ábra).



1. ábra

Az AB fonál elvágása után a Q töltésű golyók elkezdnek távolodni egymástól, de mivel fonál köti őket össze a $2Q$ töltésű golyóval, a megfeszülő fonalak hatására görbevonalú mozgást fognak végezni. A fonálerők hatására a $2Q$ töltésű golyó is mozgásba jön, a mozgása egyenes vonalú, de nem egyenletesen változó. Mivel az elrendezés a szabályos háromszög C csúcsához tartozó szögfelezőre nézve szimmetrikus, a $2Q$ töltésű golyó ezen szögfelező mentén fog mozogni, és a másik két golyó mozgása is erre a szögfelezőre nézve *tükörszimmetrikus* lesz.

A rendszerre nem hat vízszintes irányú külső erő, emiatt a három test tömegközéppontja a mozgás során mindvégig a T pont marad. Amikor a $2Q$ töltésű test sebessége maximális, a gyorsulása nulla, tehát a rá ható erők eredője is nulla kell, hogy legyen. Ez akkor következik be, amikor a két (el nem vágott) fonál egy egyenesbe esik. Ekkor – a tömegközéppontra vonatkozó megmaradási tétel értelmében – a $2Q$ töltésű golyó éppen a T pontba kerül, és ha a két szélső golyó sebessége v , a középső golyó sebessége a másik kettőével ellentétes irányú és $2v$ nagyságú (2. ábra).



2. ábra

A maximális sebességek nagysága az energiamegmaradás törvényéből határozható meg:

$$k \frac{Q^2}{L} + 2 \cdot k \frac{2Q^2}{L} = k \frac{Q^2}{2L} + 2 \cdot k \frac{2Q^2}{L} + 2 \cdot \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m (2v)^2,$$

ahonnan a Q töltésű golyók sebességére

$$v = \sqrt{\frac{kQ^2}{6mL}},$$

a $2Q$ töltésű golyó legnagyobb sebességére pedig

$$2v = \sqrt{\frac{2kQ^2}{3mL}}$$

adódik.

b) A Q töltésű golyók (a fonalak adott L hosszúsága miatt) körpályán mozognak a $2Q$ töltésű golyó körül. Bár a $2Q$ töltésű golyó (a fonálerők és az elektrosztatikus erők miatt) folyamatosan gyorsul, a legnagyobb sebesség elérésének pillanatában a két fonálerő éppen kiegyenlíti egymást, tehát a középső golyó (ebben a pillanatban) tekinthető egy inerciarendszer origójának. Ebben a rendszerben a szélső golyók sebessége a középső, álló golyóhoz képest $3v$. A fonalakat feszítő F erő az

$$F - k \frac{Q \cdot 2Q}{L^2} - k \frac{Q \cdot Q}{(2L)^2} = m \frac{(3v)^2}{L}$$

mozgásegyenletből (v korábban kiszámított értékének ismeretében) könnyen meghatározható:

$$F = \frac{15}{4} \frac{kQ^2}{L^2}.$$

c) A $2Q$ töltésű golyó elmozdulása az indulásától a legnagyobb sebességének eléréséig a szabályos háromszög súlyvonalának $\frac{2}{3}$ része:

$$CT = \frac{2}{3}L \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{L}{\sqrt{3}}.$$

A másik két golyó AA' és BB' elmozdulása is ugyanekkora, hiszen a 2. ábrán látható TAA' és TAC háromszög egybevágó, így

$$AA' = CT = \frac{L}{\sqrt{3}},$$

és a szimmetria miatt $BB' = AA'$.