

**Megoldás.** Legyen az erők nagysága  $F_1$  és  $F_2$ , a szögük pedig  $\alpha$ . Az eredő erő nagysága a vektorösszeadás szabálya és a koszinusztétel szerint

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} = \frac{F_1 + F_2}{2},$$

ami algebrai átalakítások után így írható:

$$\frac{2 - 8 \cos \alpha}{3} = \frac{F_1}{F_2} + \frac{F_2}{F_1}.$$

Tudjuk (a számtani és a mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenségből), hogy egy számnak és reciprokának összege legalább 2, emiatt

$$\frac{2 - 8 \cos \alpha}{3} \geq 2, \quad \text{azaz} \quad \cos \alpha \leq -\frac{1}{2}.$$

Tehát fennáll, hogy  $120^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Ebben az intervallumban  $\cos \alpha$   $-\frac{1}{2}$  és  $-1$  közötti értékeket vesz fel, tehát az erők nagyságának  $x = F_1/F_2$  arányára a

$$2 \leq x + \frac{1}{x} \leq \frac{10}{3}$$

egyenlőtlenség teljesül, aminek megoldása

$$\frac{1}{3} \leq \frac{F_1}{F_2} \leq 3.$$

A nagyobb erő tehát legfeljebb háromszorosa lehet a másik ( $F$  nagyságú) erő nagyságának, és ha az irányuk ellentétes, az eredő erő nagysága ( $2F$ ) valóban  $F$  és  $3F$  számtani közepe. Ugyancsak teljesül a megadott feltétel két egyforma ( $F$ ) nagyságú, egymással  $120^\circ$ -os szöget bezáró erő  $F$  nagyságú eredőjére is.