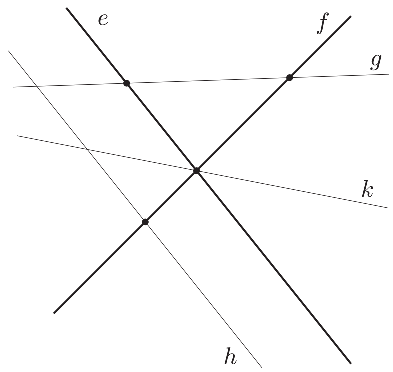
Megoldás. A síkrészek számát úgy határozzuk meg, hogy egymás után, egyesével helyezzük el az egyeneseket és minden lépésnél meghatározzuk, hogy mennyivel nő a részek száma.

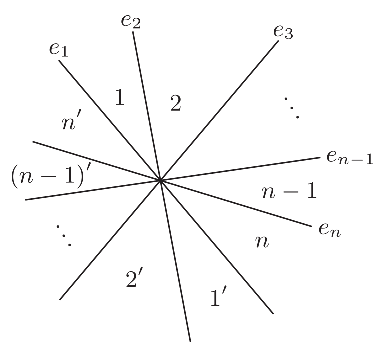
Ha mind az n egyenes párhuzamos, akkor $n+1$ részre osztják a síkot, mert kezdetben 1 rész van és minden egyes új egyenes elhelyezésekor 1-gyel nő a síkrészek száma.

Ha az egyenesek nem mind párhuzamosak, akkor van köztük kettő, amelyek metszik egymást. Feltehetjük, hogy először e két egyenest helyezzük el (az *1. ábrán* e és f), ezek a síkot 4 részre osztják. Minden további egyenest e két egyenes közül legalább az egyik metsz, azaz a további egyenesek mindegyikét az első két egyenes legalább két részre vágja (*1. ábra*). Ezek a darabok kettéosztanak egy-egy régi síkrészt. Így minden további egyenes elhelyezésekor legalább 2-vel nő a síkrészek száma, vagyis az n egyenes legalább $4+2(n-2)=2n$ részre osztja a síkot. Tehát ha az egyenesek közt vannak nem párhuzamosak, akkor a részek száma nem lehet $2n$-nél kevesebb. Ezzel a feladat állítását beláttuk.



1. ábra

Megjegyzések. 1. Ha az egyenesek mind átmennek egy ponton, akkor a síkrészek száma éppen $2n$ (*2. ábra*), tehát a feladatban szereplő felső becslés is éles.



2. ábra

2. A megoldásban szereplő gondolatmenettel (az egyenesek egymás utáni elhelyezésével) megmutatható, hogy n egyenes legfeljebb $\left(n^2+n+2\right)/2$ részre osztja a síkot. A részek száma pontosan akkor ennyi, ha az egyenesek közül semelyik kettő nem párhuzamos és semelyik három nem megy át egy ponton.