

Megoldás. Mivel $\sin x \leq 1$, $\cos x \leq 1$ és $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ teljesül bármilyen x érték esetén, ezért:

$$\begin{aligned}\sin^5 x + \cos^5 x + \sin^4 x &= \sin^3 x \cdot \sin^2 x + \cos^3 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x \leq \\ &\leq 1^3 \cdot \sin^2 x + 1^3 \cdot \cos^2 x + 1^4 = 1 \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) + 1 = 2.\end{aligned}$$

Azt kaptuk, hogy $\sin^5 x + \cos^5 x + \sin^4 x \leq 2$, ahol egyenlőség akkor és csak akkor teljesül, ha $\sin x = 1$, vagyis $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, ahol $k \in \mathbb{Z}$.