Megoldás. Az egyenlet bal oldalán álló negyedfokú polinomot több lépésben két másodfokú szorzatává alakítjuk. Az $x^4 - 2\sqrt{3}x^2 + 3$ szorzattá alakítható, mivel teljes négyzet. Ezzel az egyenlet

$$\left(x^2 - \sqrt{3}\right)^2 + x - \sqrt{3} = 0.$$

Az ismert $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ azonosságot előkészítve vonjunk le és adjunk is hozzá x^2-et a bal oldalhoz.

$$\left(x^2 - \sqrt{3}\right)^2 - x^2 + x^2 + x - \sqrt{3} = 0,$$

az azonosság alkalmazása után pedig

$$\left(x^2 - x - \sqrt{3}\right)\left(x^2 + x - \sqrt{3}\right) + x^2 + x - \sqrt{3} = 0.$$

Most már kiemelhetünk $\left(x^2 + x - \sqrt{3}\right)$-at is:

$$\left(x^2 + x - \sqrt{3}\right)\left(x^2 - x + 1 - \sqrt{3}\right) = 0.$$

Szorzat abban az esetben lehet nulla, ha valamelyik tényezője nulla. Először nézzük azt az esetet, amikor

$$\left(x^2 + x - \sqrt{3}\right) = 0.$$

A megoldóképlet alapján kapunk két megoldást:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\sqrt{3}}}{2}.$$

Tekintsük a másik esetet:

$$x^2 - x + 1 - \sqrt{3} = 0.$$

A megoldóképletet alkalmazva:

$$x_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 + 4\sqrt{3}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{4\sqrt{3} - 3}}{2}.$$

A megoldás során ekvivalens lépésekkel dolgoztunk, az egyenletnek mind a négy kapott valós szám megoldása.

Megjegyzés: Az egyenlet szorzattá alakítása egy nem szokványos ötlettel rövidíthető. Az

$$x^4 - 2\sqrt{3}x^2 + x + 3 - \sqrt{3} = 0$$

egyenlet a $\sqrt{3}$-ra, mint változóra nézve másodfokú.

$$\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(2x^2 + 1\right)\sqrt{3} + x^4 + x = 0.$$

Írjuk fel most is a megoldóképletet:

$$\sqrt{3} = \frac{2x^2 + 1 \pm \sqrt{4x^4 + 4x^2 + 1 - 4x^4 - 4x}}{2} = \frac{2x^2 + 1 \pm |2x - 1|}{2}.$$

Az „egyenlet” két gyöke

$$\sqrt{3} = x^2 + x, \quad \text{illetve} \quad \sqrt{3} = x^2 - x + 1.$$

Innen már adódik az egyenlet gyöktényezős alakja, a szorzattá alakítás:

$$\left(\sqrt{3} - x^2 - x\right)\left(\sqrt{3} - x^2 + x - 1\right) = 0.$$

Innen a megoldás már az előző szerint azonnal befejezhető.