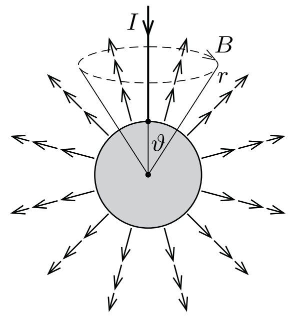
Megoldás. Számítsuk ki először egyetlen félegyenes mentén befolyó, majd a gömb felületéről radiálisan, gömbszimmetrikusan távozó áram által létrehozott mágneses teret! (Ez az árameloszlás ténylegesen megvalósítható, ha az igen jól vezető gömböt valamekkora vezetőképességű „végtelen” közegbe helyezzük, és feszültséget kapcsolunk rá.)

Egyetlen áramvezető esetén a mágneses mező az egyenes vezető által kijelölt „tengely” körül forgásszimmetrikus, és az indukcióvonalak, ahogy ezt meg fogjuk mutatni, kör alakúak.

A mágneses indukció nagyságát az Ampère-féle gerjesztési törvényből határozhatjuk meg. A gömb belsejében képzeletben felvett zárt görbe *nem* ölel körül áramot, ezért itt (amikor $r < R$) *nincs mágneses tér.* A gömbön kívül ($r > R$) viszont a gerjesztési törvény így írható (lásd a *4. ábrát*):

$$2\pi r \sin\vartheta \cdot B(r,\vartheta) = \mu_0 \left(I - \frac{1-\cos\vartheta}{2} I \right).$$



4. ábra

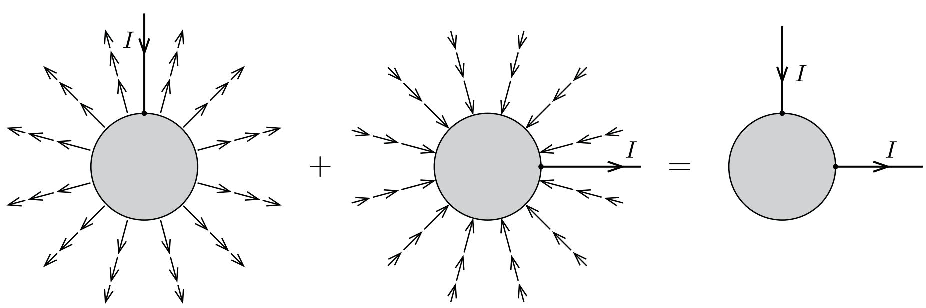
Felhasználtuk, hogy a 4. ábrán szaggatottan jelölt körvonallal határolt r sugarú gömbsüveg felszíne $2\pi r^2(1-\cos\vartheta)$, az r sugarú gömb felszíne pedig $4\pi r^2$, emiatt a gömbszimmetrikusan kifolyó áram számításba vehető része $I(1-\cos\vartheta)/2$ erősségű. A mágneses indukció nagysága tehát

$$B(r,\vartheta) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1+\cos\vartheta}{r\sin\vartheta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\mathrm{ctg}\,(\vartheta/2)}{r}.$$

Az áramvezető közelében ($\vartheta \approx 0$) a kis szögekre érvényes $\mathrm{ctg}\,(\vartheta/2) \approx 2/\vartheta$ összefüggés miatt éppen a végtelen egyenes vezető körüli mágneses mezőt kapjuk vissza; a bevezetett árammal ellentétes oldalon pedig ($\vartheta \to 180^\circ$) az indukció fokozatosan eltűnik.

Végezzük el ugyanezt a számítást a 90°-kal elforgatott egyenes vezetőn kivezetett és gömbszimmetrikusan bevezetett áramokra is, majd szuperponáljuk a két elrendezés mágneses terét (*5. ábra*). A gömb belsejében továbbra is mindenhol *nulla* lesz az indukció, a kérdéses P pontban pedig (a gömbön kívül)

$$B_P = 2 \cdot B(R, 45^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \,\mathrm{ctg}\, 22{,}5^\circ = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \big(\sqrt{2}+1\big).$$



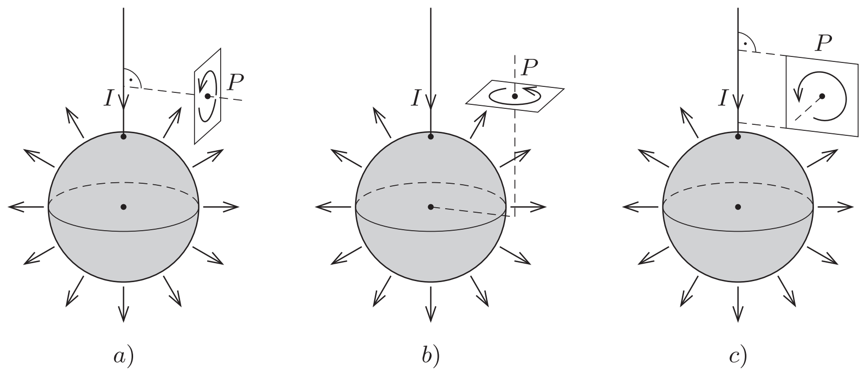
5. ábra

Hátra van még annak igazolása, hogy a *4. ábrán* látható tengelyszimmetrikus elrendezésben mágneses indukcióvonalak csak kör alakúak lehetnek (bár ezt a bizonyítást a versenyzőktől nem vártuk el). A tengelyszimmetria nem zárná ki, hogy az indukciónak „radiális” és a szimmetriatengellyel párhuzamos, „hosszanti” komponensei is legyenek. (Gondoljunk például a köráram szintén tengelyszimmetrikus terére!)

Illesszünk az egyenes vezetőre és egy rajta kívül lévő P pontra egy síkot, majd tükrözzük az egész elrendezést erre a síkra! A tükrözés után az árameloszlás pontosan olyan marad, amilyen eredetileg volt, tehát a tükrözés során a mágneses mező sem változhat meg.

A mágneses indukció – jóllehet vektorként szoktuk ábrázolni – nem egy irányított szakasz, a tér egyik pontjából egy másikba mutató nyíl (ún. *polárvektor,* mint amilyen a helyvektor vagy az elektromos térerősség), hanem egy irányított körvonallal és egy nagysággal megadható mennyiség (mint pl. a szögsebesség vagy a forgatónyomaték). Az ilyen mennyiségeket *axiálvektornak* nevezik. A mágneses indukció körvonalát úgy kaphatjuk meg, ha megadjuk azt a síkot és körüljárási irányt, amely mentén egy megfelelő sebességgel mozgó töltött részecske (az adott pont közelében) körmozgást végezhet. A sík normálisa és a körmozgás körüljárási iránya biztosítja egyértelműen az indukcióvektor irányítottságát.

Belátjuk, hogy a feladatban szereplő mágneses mezőnek nem lehet „radiális" (vagyis az áramvezetőtől a P pontba mutató vektorra merőleges síkú körvonallal szemléltethető) komponense. Ez a komponens ugyanis az említett tükrözés során előjelet váltana, de ugyanakkor változatlannak is kell maradnia, ez a két feltétel pedig csak úgy teljesülhet egyszerre, ha a vizsgált indukciókomponens nagysága zérus (*6. ábra a*) része). Ugyanilyen okok miatt a mágneses indukciónak nem lehet „hosszanti" (az egyenes vezetőre merőleges síkú körvonallal megadható) komponense sem, hiszen az is előjelet váltana a tükrözés során, pedig értékének változatlannak kell maradnia (6. ábra b) része). A mágneses indukció harmadik, a tükrözés síkjába eső körvonallal megadható komponenséről semmit nem állíthatunk, hiszen azt a tükrözés művelete változatlanul hagyja (6. ábra c) része).



6. ábra

Megjegyzés. A feladatra két teljesen hibátlan megoldás érkezett. Az egyik versenyző bebizonyította, hogy a gömb felületén az áramvonalak körívek, és meghatározta az árameloszlást, majd ebből a keresett mágneses indukciót. A másik versenyző azt mutatta meg, hogy a *gömbön kívül* az elrendezésnek ugyanolyan mágneses tere van, mint egy két félegyenesből összerakott L alakú vezetéknek (amely viszont a Biot–Savart-törvénnyel könnyen meghatározható). Erre két további versenyző is „ráérzett" (és így helyes eredményt kapott), de ezt nem igazolta.