I. megoldás. Rögzítsünk egy derékszögű koordináta-rendszert a négyzet síkjában úgy, hogy a négyzet oldalai a tengelyekkel párhuzamosak legyenek. Azt bizonyítjuk be, hogy a négy tükrözés után egy tetszőleges $P(x_p;y_p)$ pont képe a P pontnak egy adott (a P pont helyétől független) $\overrightarrow{v}$ vektorral való eltoltja.

Legyen a négyzet x tengellyel párhuzamos oldalegyenesei közül $y=y_1$ az egyenlete annak, amelyre előbb tükrözzük P-t, és $y=y_2$ az egyenlete annak, amelyre utóbb. Ugyanígy legyen az y tengellyel párhuzamos oldalegyenesei közül $x=x_1$ az egyenlete annak, amelyre előbb, és $x=x_2$ az egyenlete annak, amelyre utóbb tükrözünk. A P pont y koordinátája a következőképpen változik:

$$\begin{aligned} y_p &\longrightarrow y_1+(y_1-y_p)=2y_1-y_p \longrightarrow \\ &\longrightarrow y_2+\big(y_2-(2y_1-y_p)\big)=2y_2-2y_1+y_p=y_p+2(y_2-y_1). \end{aligned}$$

Hasonlóan a P pont x koordinátája a következőképpen változik:

$$\begin{aligned} x_p &\longrightarrow x_1+(x_1-x_p)=2x_1-x_p \longrightarrow \\ &\longrightarrow x_2+\big(x_2-(2x_1-x_p)\big)=2x_2-2x_1+x_p=x_p+2(x_2-x_1). \end{aligned}$$

Tehát bárhol is van a P pont, a négy transzformáció elvégzése egy

$$\overrightarrow{v}\big(2(x_2-x_1);2(y_2-y_1)\big)$$

vektorral való eltolással egyenértékű minden esetben, ez a vektor pedig függ a sorrendtől (a koordinátákban meghatározott módon), tehát négyféle lehet.

Megjegyzés. Mivel a négyzet y tengellyel párhuzamos oldalegyeneseire (pl. a, c) való tükrözés csak a P pont első, az x tengellyel párhuzamos oldalegyenesekre (pl. b, d) való tükrözés pedig csak a második koordinátáját változtatja meg, így a két különböző „irányba" való tükrözések függetlenek egymástól, csak az a-ra, c-re, illetve b-re, d-re való tükrözések egymáshoz képesti sorrendje számít.

II. megoldás. Bontsuk két esetre a megoldást: 1. Először két párhuzamos egyenesre tükrözünk. 2. Először két merőleges egyenesre tükrözünk.

1. eset. Két párhuzamos egyenesre való tükrözés egymásutánja megegyezik a két párhuzamos távolságának kétszeresével való eltolással, melynek vektora az első egyenestől a második felé mutat, esetünkben a négyzet egyik irányított oldalának kétszeresével egyezik meg. Tehát a négy tükrözés egymásutánja ekkor két eltolás egymásutánjával egyezik meg, melyek összege valamelyik átló vektorának kétszerese. Erre négy lehetőség van.

2. eset. Két merőleges egyenesre való tükrözés egymásutánja megegyezik egy középpontos tükrözéssel, melynek középpontja az egyenesek metszéspontja. Ha két-két merőlegesre tükrözünk, az megfelel két-két középpontos tükrözésnek. A középpontokat kétféleképp választhatjuk (egy-egy átló két végpontjaként), távolságuk mindkét esetben a négyzet átlója. Két pontra való tükrözés egymásutánja megfelel a két pont távolságának kétszeresével való eltolásnak. Ugyanúgy, mint az első esetben, ez a négy átlóvektor valamelyikének kétszeresével való eltolás. Ez az eset ugyanazokat az eredményeket adja tehát, mint az első.

Összesen négy különböző transzformáció van.