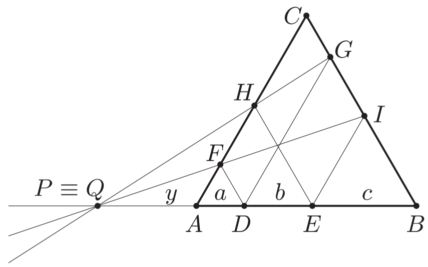
I. megoldás. Ha felcseréljük a D, F, G pontok szerepét az E, I, H pontokkal, az állítás önmagába megy át. Ezért az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy $AD < AE$. Legyen $a = AD$, $b = DE$, $c = EB$. Ha $a = c$, akkor az FI és a GH egyenes is párhuzamos AB-vel, egyik sem metszi az AB-t. Legyen továbbá FI és AB metszéspontja P, GH és AB metszéspontja Q, az AH és BG metszéspontja pedig C. Szimmetria okokból feltehetjük, hogy $a < c$, így a P és Q pontok is a BA félegyenes A-n túli meghosszabbításán helyezkednek el. Legyen még $PA = x$ és $QA = y$.



Az AH, DG és EI egyenesek párhuzamosak, mert az AB egyenessel 60°-os szöget zárnak be. Alkalmazzuk a párhuzamos szelők tételét az PAB és PFI egyenesekre és az ezeket párhuzamosan metsző AF és EI, illetve FD és IB egyenesekre:

$$\frac{PA}{PE} = \frac{PF}{PI} = \frac{PD}{PB}.$$

Most beírva az eddig jelölt szakaszokat:

$$\frac{x}{x+a+b} = \frac{x+a}{x+a+b+c}.$$

Innen a PA szakasz x hossza már kifejezhető:

$$x(x+a+b+c) = (x+a)(x+a+b),$$
$$x^2 + ax + bx + cx = x^2 + ax + ax + a^2 + bx + ab,$$
$$(c-a)x = a(a+b),$$
$$x = \frac{a(a+b)}{c-a}.$$

Most alkalmazzuk a párhuzamos szelők tételét a QAB és QHG egyenesekre és az ezeket párhuzamosan metsző AH, EI, illetve EH és BG egyenesekre is.

$$\frac{QA}{QD} = \frac{QH}{QG} = \frac{QE}{QB}.$$

A jelöléseinkkel pedig:

$$\frac{y}{y+a} = \frac{y+a+b}{y+a+b+c}.$$

Innen már azonnal adódik, hogy

$$y = \frac{a(a+b)}{c-a} = x.$$

A P és Q pontok megegyeznek, az FI és GH egyenesek az AB egyenesen metszik egymást.

II. megoldás. Tartsuk meg az első megoldás ábrájának jelöléseit és az induló megjegyzéseket. Alkalmazzuk Meneleosz tételét az ABC háromszögre és az FI egyenesre:

$$\frac{CI}{IB} \cdot \frac{BP}{AP} \cdot \frac{AF}{FC} = 1.$$

Most beírva jelöléseinket:

$$\frac{a+b}{c} \cdot \frac{BP}{AP} \cdot \frac{a}{b+c} = 1,$$
$$\frac{BP}{AP} = \frac{c(b+c)}{a(a+b)}.$$

Alkalmazzuk Meneleosz tételét az ABC háromszögre és a GH egyenesre is:

$$\frac{CG}{GB} \cdot \frac{BQ}{AQ} \cdot \frac{AH}{HC} = 1,$$
$$\frac{a}{b+c} \cdot \frac{BQ}{AQ} \cdot \frac{a+b}{c} = 1,$$
$$\frac{BQ}{AQ} = \frac{c(b+c)}{a(a+b)}.$$

Látjuk, hogy

$$\frac{BP}{AP} = \frac{BQ}{AQ},$$

a P és Q pontok megegyeznek.

Megjegyzés. A feladat projektív geometriai eszközökkel is megoldható. A megoldáshoz pontnégyesek kettősviszonyának tulajdonságait lehet felhasználni. A párhuzamos vetítések és az $(XYUV) = (YXVU)$ azonosság miatt

$$(ACFH) = (ABDE) = (CBGI) = (BCIG).$$

Az (A, C, F, G) és a (B, C, I, G) pontnégyeseknek van közös pontja (a C pont), ezért a két pontnégyes perspektív: az AB, FI és HG egyenes (a projektív síkon) egy ponton megy át.