Megoldás. Fejezzük ki y-t az egyenletből:

$$\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{2}{\sqrt{y}}=\frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad \frac{2}{\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{x}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2x}},$$
$$\sqrt{y}=\frac{2\sqrt{2x}}{\sqrt{x}-3\sqrt{2}}, \qquad y=\left(\frac{2\sqrt{2x}}{\sqrt{x}-3\sqrt{2}}\right)^2=\frac{8x}{x+18-6\sqrt{2x}}.$$

Mivel y egész szám, a jobb oldalon is egész szám áll. Mivel x is egész, a tört csak akkor lehet egész, ha $\sqrt{2x}$ racionális, ami akkor teljesül, ha egész is, tehát $2x$ négyzetszám. Ennek alapján $x=2\cdot k^2$, ahol k pozitív egész. Hasonlóan haladva

$$x=\left(\frac{3\sqrt{2y}}{\sqrt{y}-2\sqrt{2}}\right)^2=\frac{18y}{y+8-4\sqrt{2y}},$$

tehát $2y$ is négyzetszám. $y=2\cdot m^2$, ahol m pozitív egész szám. Az eddigieket beírva az eredeti egyenletbe és $\sqrt{2}$-vel szorozva diofantoszi egyenlethez jutunk:

$$\frac{3}{k}+\frac{2}{m}=1.$$

Beszorzás és szorzattá alakítás után

$$3m+2k=k\cdot m, \qquad k\cdot m-3m-2k=0,$$
$$(k-3)m-2(k-3)=6, \qquad (k-3)(m-2)=6.$$

Az osztópárokból kapjuk az egyenlet pozitív egész megoldásait:

$k-3$	$m-2$	k	m	x	y
1	6	4	8	32	128
2	3	5	5	50	50
3	2	6	4	72	32
6	1	9	3	162	18