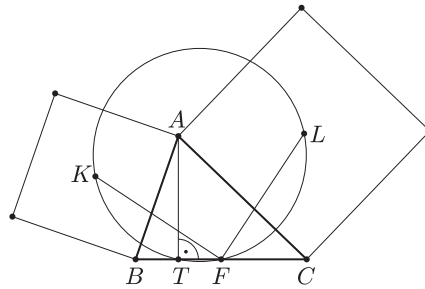


Megoldás. Azt fogjuk bebizonyítani, hogy T és F rajta van a KL szakasz Thalész-körén.

Az $ALCT$ négyszög húrnégyszög, mivel két szemközti szöge derékszög. Az L négyzet középpontja, tehát az ALC háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög, $LCA \sphericalangle = 45^\circ$. A kerületi szögek tétele szerint az $ATL \sphericalangle$ is 45° . Ugyanez igaz az $AKTB$ négyszögre is, így az előbbi gondolatmenet szerint kapjuk, hogy $ATK \sphericalangle = 45^\circ$. Ezzel beláttuk, hogy az $LTK \sphericalangle$ derékszög.



A továbbiakban azt kell bizonyítanunk, hogy $LFK \sphericalangle = 90^\circ$. Ehhez vektorokat használunk.

Az A pontból C -be mutató vektor legyen \mathbf{c} és B -be mutató vektor legyen \mathbf{b} . Az óramutató járásával ellentétes 90° -os elforgatást jelentsse a \mathbf{v}' jelzés. Az A -ból F pontba mutató vektor $\mathbf{f} = \frac{\mathbf{b} + \mathbf{c}}{2}$, az A -ból L pontba mutató vektor $\frac{\mathbf{c} + \mathbf{c}'}{2}$, az A pontból K -ba mutató pedig $\frac{\mathbf{b} - \mathbf{b}'}{2}$. Ezek segítségével felírható az \overrightarrow{LF} és \overrightarrow{KF} vektor:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{LF} &= \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AL} = \frac{\mathbf{b} + \mathbf{c} - \mathbf{c} - \mathbf{c}'}{2} = \frac{\mathbf{b} - \mathbf{c}'}{2}, \\ \overrightarrow{KF} &= \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AK} = \frac{\mathbf{b} + \mathbf{c} - \mathbf{b} + \mathbf{b}'}{2} = \frac{\mathbf{c} + \mathbf{b}'}{2}.\end{aligned}$$

Forgassuk el az \overrightarrow{LF} vektort pozitív irányba 90° -kal és használjuk fel, hogy két 90° -os elforgatás egymásutánja 180° -os elforgatás, tehát a vektorokat ellentettjükkre változtatja:

$$\overrightarrow{LF}' = \frac{(\mathbf{b} - \mathbf{c}')'}{2} = \frac{\mathbf{b}' - \mathbf{c}''}{2} = \frac{\mathbf{c} + \mathbf{b}'}{2}.$$

Pontosan a \overrightarrow{KF} vektort kaptuk.

Ezzel bizonyítottuk, hogy $KTF \sphericalangle = KFL \sphericalangle = 90^\circ$, tehát a KTF négyszög valóban húrnégyszög.

Megjegyzés: Ha $AB = AC$, akkor F és T egybeesik, az állítás nyilvánvaló.