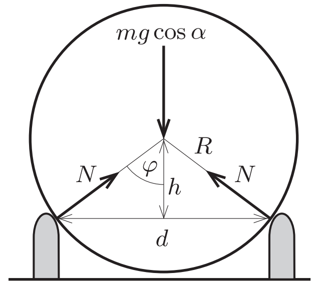
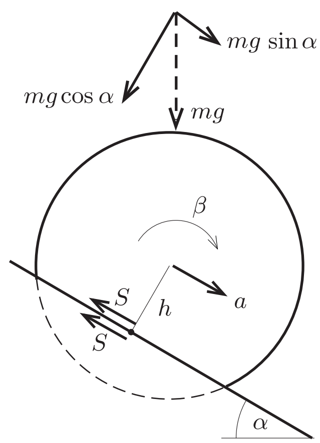
Megoldás. Vizsgáljuk meg a golyó mozgását kétféle nézetből: a sínekkel párhuzamos irányból (*1. ábra*), illetve a lejtő esésvonalára merőleges, vízszintes irányból (*2. ábra*). A golyóra ható erők: az mg nehézségi erő, a síneknél ható, egyenként N nagyságú nyomóerő és mindkét sínnél S nagyságú súrlódási erő, az ábrákon jelölt irányításokkal. (Az ábrákon csak a további számításban szerepet játszó erőket jelöltük.)



1. ábra



2. ábra

A golyó középpontjának gyorsulását a-val, a szöggyorsulását pedig β-val jelölve a tiszta gördülés feltétele:

$$a = h\beta,$$

ahol

$$h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 0{,}6 \text{ cm}$$

a golyó középpontjának távolsága a sínek síkjától.

Írjuk fel a golyó mozgásegyenleteit! A lejtőre merőleges irányban a golyó tömegközéppontja nem gyorsul, így

$$mg\cos\alpha - 2N\cos\varphi = 0,$$

ahol $\cos\varphi = h/R = 0{,}6$.

A lejtő esésvonalának irányában a golyó mozgásegyenlete:

$$mg\sin\alpha - 2S = ma.$$

A súrlódási erők forgatónyomatékot fejtenek ki a $\Theta = \frac{2}{5}mR^2$ tehetetlenségi nyomatékú golyóra. A forgómozgás alapegyenlete szerint

$$2Sh = \frac{2}{5}mR^2\beta.$$

A fenti egyenletekből kifejezhető a tömegközéppont gyorsulása és a kényszererők nagysága. A feladatban szereplő $\alpha = 30^\circ$-nál

$$a = \frac{\sin\alpha}{1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{h}\right)^2}\, g = 0{,}234\, g \approx 2{,}32\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

továbbá (tetszőleges α szög esetén)

$$S = \frac{mg}{2}\sin\alpha\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{h}\right)^2}\right) = 0{,}26\, mg\sin\alpha$$

és

$$N=\frac{mg}{2}\,\frac{\cos\alpha}{\cos\varphi}=0{,}83\,mg\cos\alpha.$$

A golyó nem csúszik meg, ha teljesül az $S\le\mu N$ feltétel, vagyis ha (adott súrlódási együttható mellett) fennáll, hogy

$$\operatorname{tg}\alpha\le 3{,}2\,\mu.$$