

**Megoldás.** a)  $\varphi = 120^\circ$  esetén a körlejtő végén a pálya éppen függőleges, tehát a kis test lerepülése pillanatában a kiskocsi és a kis test ugyanakkora vízszintes irányú sebességgel mozog. Ez a közös sebesség azonban a lendület-megmaradás törvénye szerint nulla kell, hogy legyen, hiszen a rendszerre nem hat vízszintes irányú külső erő, így a kezdetben nulla lendület vízszintes komponense nem változhat meg.

A súrlódásmentes mozgás miatt a rendszer mechanikai energiája is változatlan marad. A kis test a pályájának legmagasabb pontjában éppen áll, és ekkor a kiskocsi sem mozog, az emelkedési magasság tehát (a lejtő aljától számítva)  $2R = 40$  cm. A kis test gyorsulása a pálya legmagasabb pontjában nyilván  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> (lefelé), a kiskocsi gyorsulása pedig nulla.

A kis test vízszintes irányú elmozdulása a *kocsihoz képest*

$$\ell_1 = R + R \sin \alpha + \frac{R + R \cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha + 1}{\sin \alpha} R = 94,6 \text{ cm.}$$

Ha az  $M$  tömegű kiskocsi a vizsgált pillanatig  $x$  távolsággal mozdul balra, az  $m$  tömegű kis test vízszintes irányú elmozdulása pedig  $\ell_1 - x$  jobbra, akkor az egész rendszer tömegközéppontjának vízszintes irányú elmozdulása a talajhoz képest:

$$X = Mx - m(\ell_1 - x).$$

Ez az elmozdulás azonban (a vízszintes irányú külső erők hiánya miatt) *nulla*, ahonnan a kocsi, illetve a kis test vízszintes irányú elmozdulása:

$$x = \frac{m}{m + M} \ell_1 = 35,5 \text{ cm} \quad \text{és} \quad \ell_1 - x = \frac{M}{m + M} \ell_1 = 59,1 \text{ cm.}$$

b)  $\varphi = 90^\circ$  esetén a körlejtő széle  $60^\circ$ -os szöget zár be a vízszintessel, és a kis test elmozdulása a *kocsihoz képest* vízszintes irányban a lejtő elhagyásának pillanatáig:

$$\ell_2 = \frac{\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha + 1}{\sin \alpha} R = 92,0 \text{ cm.}$$

Ezalatt a kiskocsi

$$\frac{m}{m + M} \ell_2 = 34,5 \text{ cm}$$

távolsággal mozdul el balra, a kis test vízszintes irányú elmozdulása pedig a lerepülésének pillanatáig

$$\frac{M}{m + M} \ell_2 = 57,5 \text{ cm.}$$

Abban a pillanatban, amikor a kis test elhagyja a kiskocsin lévő lejtőt, legyen a kocsi sebessége (balra)  $V$ , a kis test (talajhoz viszonyított) sebessége pedig jobbra  $v_x$ , függőlegesen felfelé pedig  $v_y$ . A vízszintes irányú lendület megmaradása miatt

$$MV - mv_x = 0, \quad \text{vagyis} \quad V = \frac{m}{M} v_x.$$

A kis test a *kocsihoz képest*  $v_x + V$  vízszintes és  $v_y$  függőleges sebességgel rendelkezik, és ezen sebességek arányát meghatározza a körlejtő meredeksége a pálya szélén:

$$\frac{v_x + V}{v_y} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{ahonnan} \quad v_y = \frac{v_x + V}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{v_x}{\operatorname{tg} \alpha} \left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Felírhatjuk még a mechanikai energia megmaradásának törvényét az indítás és a lejtőről való lerepülés pillanatára:

$$mg \cdot 2R = mgR(1 - \sin \alpha) + \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2),$$

ahonnan  $V$  és  $v_y$  korábban kifejezett alakját behelyettesítve végül a keresett sebességekre

$$v_x = 0,80 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_y = 2,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{és} \quad V = 0,48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

adódik.