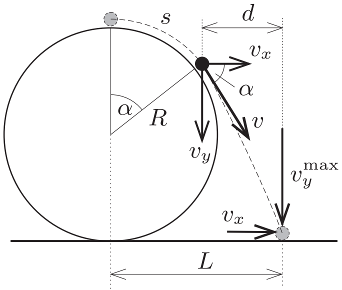
Megoldás. Amikor a test még csúszik a gömb felületén, akkor a testre ható erők (a test súlya, valamint a rögzített gömb által kifejtett tartóerő) eredőjének sugár irányú összetevője biztosítja a körmozgáshoz szükséges centripetális erőt. A test akkor válik el a felülettől, amikor a gömb már éppen nem fejt ki erőt a testre. Legyen az elválás pillanatában a test sebessége v, a helyzetét pedig az *ábrán* látható α szöggel jellemezhetjük.



A mozgásegyenlet:

$$m\frac{v^2}{R} = mg\cos\alpha,$$

továbbá az energiamegmaradás törvénye alapján fennáll:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR(1-\cos\alpha).$$

A fenti két egyenletből a szög és a sebesség kiszámítható:

$$\cos\alpha = \frac{2}{3}, \qquad \alpha = 48{,}2^\circ = 0{,}84 \text{ radián},$$

tehát az elválás pillanatáig megtett út:

$$s = R\alpha = 1{,}26 \text{ m},$$

illetve:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}\,Rg}.$$

Bontsuk fel a test sebességét vízszintes v_x és függőleges v_y komponensekre! (Az x tengelyt jobbra, az y tengelyt pedig lefelé irányítjuk.) A felülettől való elválás pillanatában

$$v_x = v\cos\alpha = \sqrt{\frac{8}{27}\,Rg}, \qquad v_y = v\sin\alpha = \sqrt{\frac{10}{27}\,Rg}.$$

A mozgás további szakaszában a test vízszintes irányú mozgása egyenletes mozgás, tehát ha a levegőben töltött idő t, a test vízszintes irányú elmozdulása: $d = v_x t$.

A függőleges irányú mozgás egyenletesen gyorsuló mozgás, melynek kezdősebessége v_y, legnagyobb sebessége pedig (a mechanikai energiamegmaradás tétele szerint):

$$v_y^{\max} = \sqrt{(v_y)^2 + 2g\Delta y} = \sqrt{\frac{10}{27}Rg + 2R(1+\cos\alpha)g} = 10\sqrt{\frac{Rg}{27}}.$$

Mivel a függőleges irányú mozgás egyenletesen változó mozgás, a földet érés ideje így is kiszámítható:

$$t = \frac{v_y^{\max} - v_y}{g} = \sqrt{\frac{Rg}{27}}\big(10 - \sqrt{10}\big),$$

ahonnan a test vízszintes irányú elmozdulása az elválás pillanatától a földet érésig:

$$d = v_x t = \frac{\sqrt{8}}{27}\big(10-\sqrt{10}\big)R = 0{,}716\,R.$$

A keresett L távolság a fentebb kiszámított d és a gömbfelületen történt elmozdulás vízszintes vetületének összege:

$$L = d + R\sin\alpha = \frac{5}{27}\big(4\sqrt{2}+\sqrt{5}\big)R = 1{,}46R = 2{,}19 \text{ m}.$$

Megjegyzés. A feladatban szereplő s és L távolságok sem a test tömegétől, sem a nehézségi gyorsulástól *nem függnek,* így akár a Holdon is érvényesek lennének.